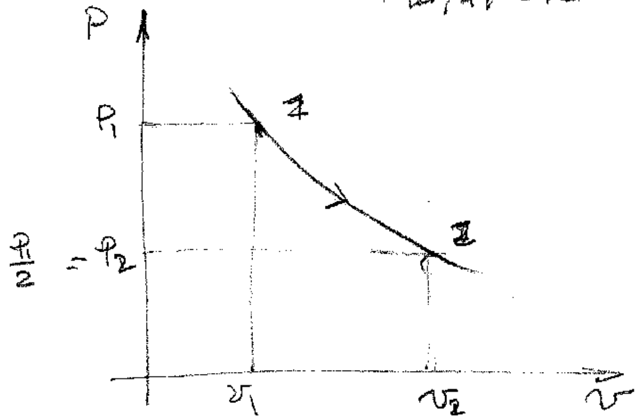
12/4/2012

$T = 1{,}5 \cdot T_c$ (aria 133 K)

$P_1 = 10$ MPa $\quad P_2 = 5$ MPa



1) Gas ideale

$pv = RT$

$$R = \frac{8{,}314}{0{,}79 \cdot 28 + 0{,}21 \cdot 32} = 0{,}288 \ \frac{kJ}{kg\,K}$$

$$v_1 = \frac{RT}{P_1} = \frac{0{,}288 \frac{kJ}{kg\,K} \cdot 1{,}5 \cdot 133\,K}{10000\ kPa} = 5{,}75 \times 10^{-3}\ m^3$$

$$v_2 = \frac{RT}{P_2} = \frac{RT}{P_1/2} = 2 v_1 = 11{,}5 \times 10^{-3}\ m^3$$

$v_2 = 2 v_1$

$$\delta l = p\,dv \Rightarrow \delta l = \frac{RT}{v} dv = \int_1^2 \frac{RT}{v} dv = RT \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = 39{,}86 \ \frac{kJ}{kg} \ \text{(sull'ambiente)}$$

$\delta l = \delta q$

2) Gas reale

$$P_r^1 = \frac{P_1}{P_c} = \frac{10\ MPa}{3{,}77} = 2{,}65$$

$T_r = 1{,}5$

$$\Rightarrow Z_1 = \frac{v_r^1}{v_{id}} \cong 0{,}82$$

$$P_r^2 = \frac{P_2}{P_c} = \frac{P_1}{2} \cdot \frac{1}{P_c} = 1{,}33 \qquad Z_2 = \frac{v^2_{r}}{v^2_{id}} = 0{,}88$$

$$l_{12} = RT \cdot \lg \frac{v_r^2}{v_r^1} = RT \cdot \lg \frac{z_2 v^2_{id}}{z_1 v^1_{id}} = RT \left[\lg \frac{v^2_{id}}{v^1_{id}} + \lg \frac{z_2}{z_1} \right]$$

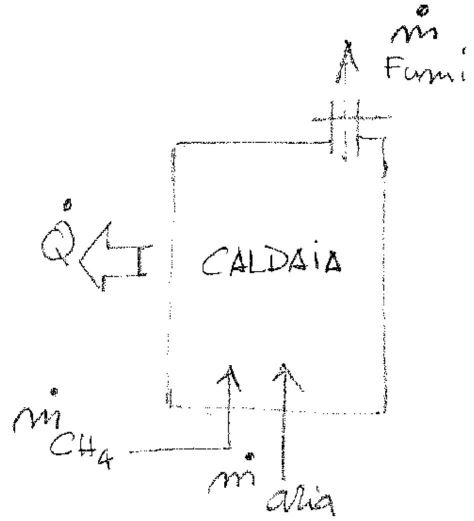
$$= \bar{l}_{12} + RT \ln \frac{z_2}{z_1}$$

$$= \underbrace{39{,}86}_{} + 4{,}06 \quad \sim +10\%$$

$$= 43{,}74 \ \frac{kJ}{kg}$$

1

$\dot{Q} = 10\,kW$; Trovare la portata d'aria



$$7{,}52\,N_2 + CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 7{,}52\,N_2$$

$M_{CO_2} = 44$

$M_{O_2} = 32 \;\frac{kg}{kmol}$

$M_{CH_4} = 16$

$M_{H_2O} = 18$

$M_{N_2} = 28$

Nell'aria (1 kmole) ho 0,79 kmol di N_2, 0,21 kmol di O_2 $\forall$ kmole di aria

$\Rightarrow$ mi servono $2 \cdot \frac{1}{0{,}21}$ $\rightarrow 9{,}52$ kmoli di aria per disporre di 2 kmol di O_2 e bruciare 1 kmoli di CH_4

$\Rightarrow$ ho anche 7,52 kmol di N_2 inerte

$$R_{aria} = \frac{8{,}314\ \frac{kJ}{kmol \cdot K}}{0{,}79 \cdot M_{N_2} + 0{,}21\, M_{O_2}} = \frac{8{,}314}{28{,}84} = 0{,}288\ \frac{kJ}{kg\,K}$$

quasi identici

$$R_{fumi} = \frac{8{,}314\ \frac{kJ}{kmol\,K}}{\frac{44 + 2\cdot 18 + 7{,}52 \cdot 28}{10{,}52}} = 0{,}301\ \frac{kJ}{kg\,K}$$

Cioè i due gas possono essere considerati in prima approssimazione gli stessi; è una semplificazione!

$$\dot{m}_{CH_4} + \dot{m}_{aria} = \dot{m}_{fumi}$$

$$\dot{Q} = PCI \cdot \dot{m}_{CH_4} - c_p^{fumi} \cdot \Delta T\, \dot{m}_{fumi}$$

$c_p \cong \frac{7}{2} R \cong 1{,}05 \frac{kJ}{kg\,K}$ (praticamente quello dell'aria)

ma $\dot{m}_{CH_4} = \frac{1}{9{,}52} \dot{m}_{aria}$

$\Rightarrow \dot{m}_{fumi} = \left(\frac{1}{9{,}52} + 1\right) \dot{m}_{aria} = 1{,}105\, \dot{m}_{aria}$

$\Rightarrow \quad 10\,kW = 42000 \frac{kJ}{kg} \cdot \frac{1}{9{,}52} \dot{m}_{aria} - 1{,}05 \frac{kJ}{kg\,K} \cdot 100\,K \cdot 1{,}105\, \dot{m}_{aria}$

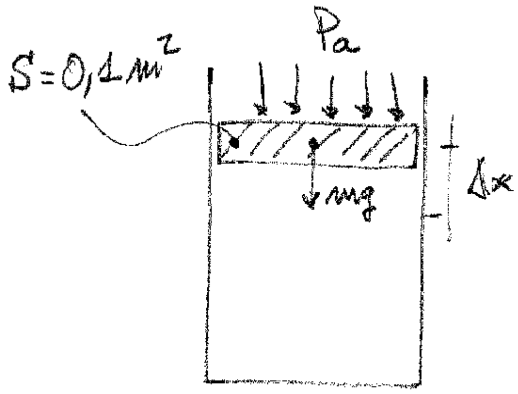
$\dot{m}_{aria} = 0{,}0023 \frac{kg}{s}$

$pv = RT$

$101{,}325\,kPa \cdot \frac{\dot{V}}{\dot{m}} = 0{,}288 \frac{kJ}{kg\,K} \cdot 293\,K$

$\Rightarrow \dot{V} = 0{,}0018 \frac{m^3}{s} = 1{,}8 \frac{l}{s}$

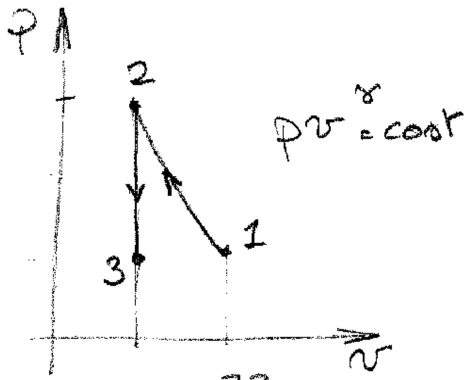
1



Ipotesi:

- aria a 300 K e 1 bar
- massa iniziale coperchio nulla
- superficie coperchio $0,1\,m^2$

1) Quale massa dovrei aggiungere sul coperchio per aumentare di 100K la temperatura secondo una trasformazione adiabatica?



$$R_{aria} = \frac{8{,}314\,\frac{kJ}{Kmol\,K}}{0{,}79 \cdot 28\,\frac{kg}{Kmol} + 0{,}21 \cdot 32\,\frac{kg}{Kmol}} = 0{,}288\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$v_1 = \frac{RT}{P_1} = \frac{0{,}288 \cdot 300\,K}{100\,KPa} = 0{,}8648\,\frac{m^3}{kg}$$

$$c_p \overset{\frac{7}{2}R}{=} 1{,}005\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$\Rightarrow c_v = \frac{5}{2}R = 0{,}72$$

Sistema chiuso $\Rightarrow du = \delta q - \delta l$

Condizione adiabatica $\Rightarrow \delta q = 0$

$$du = -\delta l$$

$$\left.\begin{aligned} du &= c_v\, dT \\ \delta l &= p\, dv = \frac{RT}{v} dv \end{aligned}\right] \rightarrow c_v\, dT = -\frac{RT}{v} dv$$

$$\int_1^2 \frac{c_v}{R} \cdot \frac{dT}{T} = \int_1^2 -\frac{dv}{v}$$

$$\frac{c_v}{R} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = -\ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-\frac{c_v}{R}}$$

$$\overset{T_2 = T_1 + 100K}{=} 0{,}4213\,m^3/kg$$

$$l = c_v \cdot 100K = 72\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\text{ma } l = \frac{m g\, \Delta x}{m_{aria}} \quad \text{dove} \quad \Delta x \cdot S = v_1 - v_2$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m_{aria}} = \frac{72\,kJ/kg}{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot (0{,}8648 - 0{,}4213)\frac{m^3}{kg} \cdot \frac{1}{0{,}1\,m^2}} = 165{,}5\,\frac{kg}{kg_{aria}}$$

2

2) Quanto calore devo assorbire per riottenere nelle precedenti condizioni una pressione di 1 bar?

Trasformazione isocora $\Rightarrow v_3 \equiv v_2$ & $P_3 \equiv P_1$

Sistema chiuso $du = \delta q - \delta \ell$

$\delta \ell = \emptyset$ perché isocora!

$\Rightarrow du = c_v \, dT = \delta q$

$\Rightarrow q = c_v (T_2 - T_3)$

T_2 nota

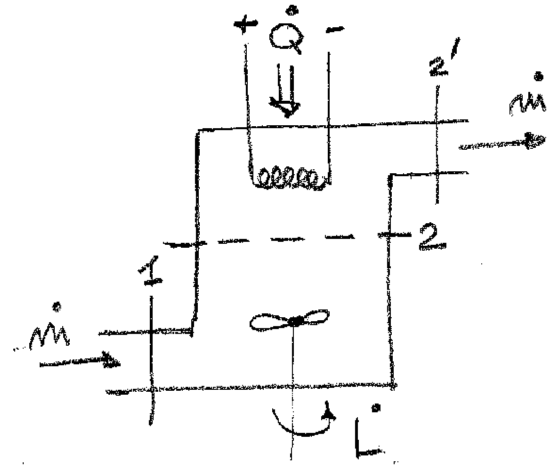
$P_3 v_3 = R T_3$ con $P_3 = P_1$ nota, $v_3 = v_2$ nota

$$\Rightarrow T_3 = \frac{P_1 \cdot v_2}{R} = \frac{100\,kPa \cdot 0{,}4213\,\frac{m^3}{kg}}{0{,}288\,\frac{kJ}{kg\,K}} = 146{,}3\ K$$

Attenzione!
Temperatura prossima alla critica!
$\Rightarrow$ Valori molto approssimati!

$$\bar{q} = c_v (T_2 - T_3) = 0{,}72 \cdot (400 - 146{,}3) = 182{,}7\ \frac{kJ}{kg}$$

(3)



Ipotesi

$T_1 = 273\,k$ aria

$P_1 = 1\,bar$

$\dot{Q} = 1\,kW_t$

1) Trascurando $\dot{L}$ (isobara), quale deve essere la portata massica per avere $T_{2'} = T_1 + 40\,k$?

Sistema aperto $\Rightarrow$ $dh = \delta q - \cancel{\delta \ell}$ ← isobara

$$\Delta \dot{H} = \dot{Q}$$

$$c_p \dot{m} \Delta T = \dot{Q}$$

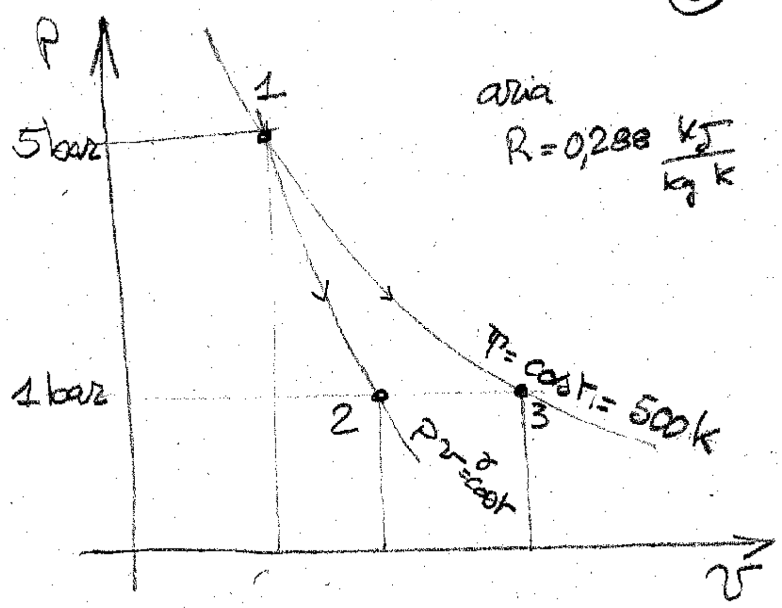
$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{c_p \Delta T} = \frac{1\,kW_t}{1{,}005\,\frac{kJ}{kg\,k} \cdot 40\,k} = 0{,}025\,\frac{kg}{s}$$

ovvero $$v_1 = \frac{R T_1}{P_1} = \frac{0{,}288\,\frac{kJ}{kg\,k} \cdot 273\,k}{100\,kPa} = 0{,}786\,\frac{m^3}{kg}$$

$$\Rightarrow \dot{V}_1 = v_1 \cdot \dot{m} = 0{,}020\,\frac{m^3}{s} \quad \left(20\,\frac{\ell}{s}\right)$$

1

Calcolare il lavoro e il calore scambiato con l'ambiente secondo le due trasformazioni indicate, sia per un sistema chiuso, sia per un sistema aperto



aria
$R = 0{,}288\ \frac{kJ}{kg\,K}$

$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = 0{,}288\ \frac{kJ}{kg\,K} \cdot \frac{500\,K}{500\,kPa} = 0{,}288\ \frac{m^3}{kg}$

$\boxed{\text{Sistema chiuso}}$ $du = \delta q - \delta l \ / \ \delta l = p\,dv$

1) isoterma $\rightarrow \underset{(q=l)}{du = 0} \rightarrow \delta q = p\,dv \rightarrow \int_1^3 \delta q = \int_{v_1}^{v_3} \frac{RT}{v} dv$

$q_{13} = RT \cdot \ln \frac{v_3}{v_1}$

$v_3 = \frac{RT}{p_3} = v_1 \cdot 5 = 1{,}44\ \frac{m^3}{kg}$ $\quad p_1 = 5\,p_3$ $\quad \Rightarrow q_{13} = l_{13} = 231{,}8\ \frac{kJ}{kg}$

2) adiabatica $\rightarrow q = 0 \rightarrow du = -\delta l$

$-l_{12} = c_v (T_2 - T_1)$

$p v^\gamma = \text{cost} \rightarrow \begin{cases} p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma \\ p v = RT \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\cancel{R}T_1}{p_1}\right)^\gamma \cdot p_1 = \left(\frac{\cancel{R}T_2}{p_2}\right)^\gamma \cdot p_2$

$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1}$

$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1} = 313{,}1\ K$

$\Rightarrow l_{12} = \frac{5}{2} R \cdot (T_1 - T_2) = 134{,}6\ \frac{kJ}{kg}$

$\boxed{\text{Sistema aperto}}$ $dh = \delta q - \delta l \;/\; \delta l = v\,dp$ 2

1) isoterma $\rightarrow dh = 0 \rightarrow \delta q = \delta l$

il lavoro del sistema aperto ≡ con quello del sistema chiuso

$$l_{13}^{ap} = l_{13}^{ch} = q = 231{,}8\ \frac{kJ}{kg}$$

2) adiabatica $\longrightarrow q = 0 \rightarrow dh = -\delta l$

$$dh = c_p\, dT$$

$$\Delta h_{12} = c_p (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} R \cdot (313{,}1 - 500) = -188{,}4\ \frac{kJ}{kg}$$

$$l_{12} = -\Delta h_{12} = +188{,}4\ \frac{kJ}{kg}$$

kJ/kg	q chiuso	q aperto	l chiuso	l aperto
isoterma	231,8	231,8	231,8	231,8
adiabatica	0	0	134,6	188,4
			$-\Delta u$	$-\Delta h$

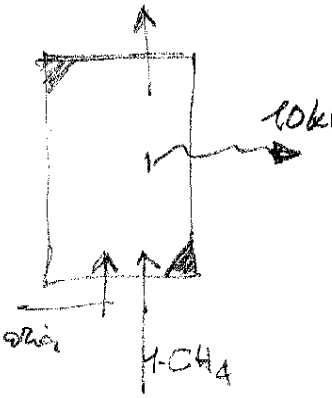
$N_2 = 0{,}78$ Frazione molare

$O_2 = 0{,}22$ $\longrightarrow 2 \cdot \frac{1}{0{,}22} = 9{,}09$ moli di aria per avere 2 moli di O_2

$CH_4 + 2O_2 + 7{,}09 N_2 \longrightarrow CO_2 + 2H_2O + 7{,}09 N_2$ $\Downarrow$

$1 \cdot 16 + 2 \cdot 32 + 7{,}09 \cdot 28$ $\quad 1 \cdot 44 + 2 \cdot 18 + 7{,}09 \cdot 28$ $\quad$ 7,09 di N_2

$\dot{m}_{aria} + \dot{m}_{CH_4} = \dot{m}_{fumi}$



$$R_{fumi} = \frac{8{,}314 \frac{kJ}{kmol\,K}}{\frac{44+36+7{,}09 \cdot 28}{1+2+7{,}09}} = 0{,}301 \frac{kJ}{kg\,K}$$ 9,09 aria

piuttosto simili

tutto approssimabile

$$R_{aria} = \frac{8{,}314}{0{,}78 \cdot 28 + 0{,}22 \cdot 32} = 0{,}288 \frac{kJ}{kg\,K}$$

$$9{,}09\, kmol \cdot 28{,}8 \frac{kg}{kmol} + 1\, kmol \cdot 16 \frac{kg}{kmol} = \dot{m}_{fumi}$$

$$\frac{\dot{m}_{aria}}{M_{aria}} + \frac{\dot{m}_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{\dot{m}_{fumi}}{M_{fumi}}$$

$$\frac{m_{aria}}{m_{CH_4}} = \frac{moli_{aria}\, M_{aria}}{moli_{CH_4}\, M_{CH_4}} = \boxed{\frac{9{,}09 \cdot \overset{0{,}78 \cdot 28 + 0{,}22 \cdot 32}{28{,}88}}{1 \cdot 16}} = 16$$

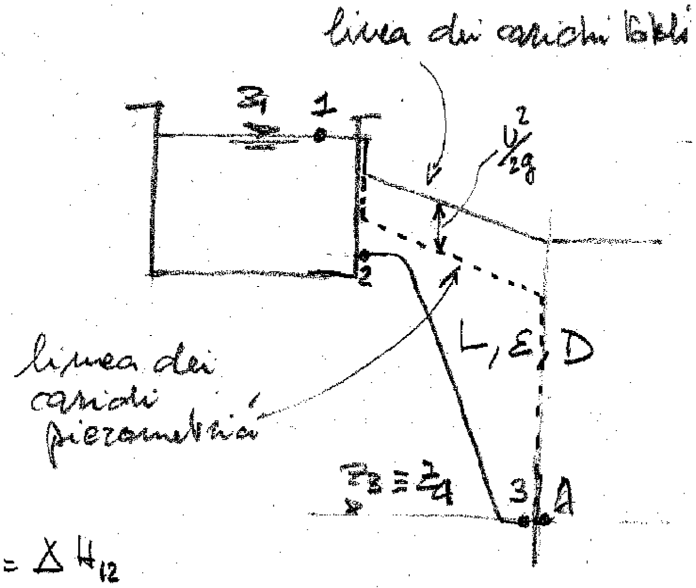
$$PCI\, \dot{m}_{CH_4} = 10\,kW + \dot{m}_{fumi} \cdot c_p \Delta T$$

$$\dot{m}_{aria} + \cancel{\dot{m}_{CH_4}}$$

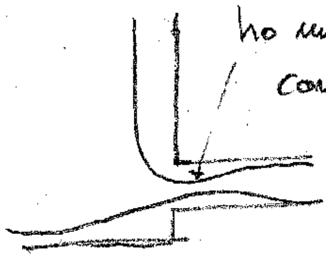
$$PCI \frac{\dot{m}_{aria}}{16} = 10\,kW + \dot{m}_{aria}\, c_p \Delta T$$

$$\dot{m}_{aria} = 10\,kW \cdot \frac{1}{PCI/16 - c_p \Delta T} = 0{,}3968 \times 10^{-3} \frac{kg}{s}$$

Esercizio n. 1



1) Nel passare da 1 a 2, supponendo il caso di foro in parete grossa



ho un fenomeno di contrazione della vena, cui corrisponde

una perdita di carico pari a $0{,}5\,\frac{U^2}{2g} = \Delta H_{12}$

2) da 2 a 3, trascurando curve e altre perdite concentrate, ho solo perdite distribuite, cioè

$$\frac{\lambda}{D}\,\frac{U^2}{2g}\cdot L = \Delta H_{23}$$

3) da 3 a 4, cioè fuori l'ugello, ho che la pressione relativa è azzerata

z_1 è l'energia specifica totale iniziale (1)

$z_4 + \frac{U_4^2}{2g}$ è quella finale

$$\Rightarrow\ z_1 - z_4 - \frac{U_4^2}{2g} = R = \text{perdite energetiche}$$

$$= 0{,}5\,\frac{U_2^2}{2g} + \frac{\lambda}{D}\,\frac{U_3^2}{2g}\cdot L_{23}$$

portata nel collettore

Se il collettore non cambia diametro $U_2 = U_3$

Se tra 3 e 4 ho un ugello $\Rightarrow\ U_4 = \frac{Q}{\Omega_4} = U_2\,\frac{\Omega_2}{\Omega_4}$

Dati:

$z_1 = 100$ m slm

$z_2 = 10$ m slm

$\varepsilon = 0{,}0004$ m

$D = 0{,}100$ m

$L = 500$ m

$D_{ugello} = 0{,}05$ m

$$\Omega_2 = \Omega_3 = \pi \frac{0{,}1^2}{4} = 7{,}85 \times 10^{-3}\, m^2$$

$$\Omega_4 = \frac{\pi\, 0{,}05^2}{4} = 1{,}96 \times 10^{-3}\, m^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Omega_2}{\Omega_4} = 4 \qquad \Rightarrow \qquad U_3 = U_2 = \frac{U_4}{4}$$

Valuto Reynolds per capire se sono in moto turbolento

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu}$$

come ordine di grandezza U è la Torricelliana

$$\Rightarrow U = \sqrt{2g(z_3 - z_1)} \cong 42\, m/s$$

$$\Rightarrow Re_3 = \frac{1000\, \frac{kg}{m^3}}{10^{-3}\, \frac{kg}{m \cdot s}} \cdot 42\, \frac{m}{s} \cdot 0{,}1\, m$$

$= 4{,}2 \times 10^6 >> 3000 \Rightarrow$ Assolutamente Turbolento

Vado a vedere a cosa corrisponde $\frac{\varepsilon}{D}$ sul diagramma di Moody/Nikuradse:

$$\frac{0{,}0004}{0{,}1} \longrightarrow \lambda \cong 0{,}028$$

se usassi l'espressione di Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\cancel{\frac{2{,}51}{Re \sqrt{\lambda}}} + \frac{\varepsilon / D}{3{,}71} \right)$$

si semplifica perché $Re \uparrow\uparrow$

$$\Rightarrow \lambda \cong 0{,}0281$$

Eseguo il bilancio energetico (Bernoulli):

$$z_1 - z_4 + \frac{U_4^2}{2g} = 0{,}5\,\frac{U_2^2}{2g} + \frac{\lambda}{D}\,\frac{U_3^2}{2g}\cdot L_{23}$$

Ricordo che $U_2 = U_3$

$U_4 = 4 \cdot U_2$

Quindi:

$$100 - 10 + 16\,\frac{U_2^2}{2g} = \boxed{0{,}5\,\frac{U_2^2}{2g} + \frac{0{,}0284}{0{,}100}\cdot\frac{U_2^2}{2g}\cdot 500}$$

da cui ricavo U_2:

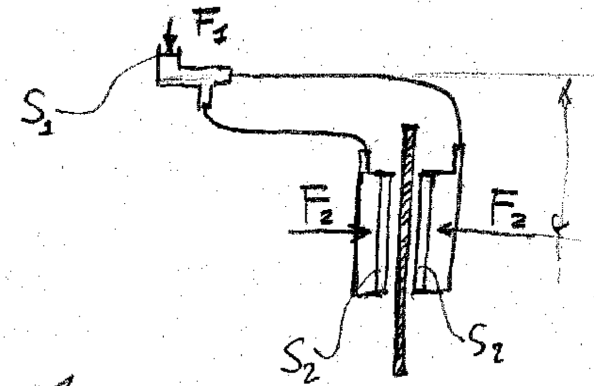
$$U_2^2 = \frac{2g}{126{,}5}\cdot 90$$

$$\Rightarrow U_2 = 3{,}74\ m/s$$

e $U_4 = 4 \cdot U_2 \cong 15\ m/s$

Se lungo la condotta avessi avuto perdite di carico concentrate, queste le avrei dovute aggiungere nel termine A

Esercizio n. 2



Si tratta di un impianto frenante a fluido/disco.
L'utente agisce con F_1 sulla leva.

Se $\frac{S_2}{S_1} = 20$, quanto vale F_2?

La pressione P_1 che determino su S_1 vale $\frac{F_1}{S_1} = P_1$

Questa è la stessa che agisce su S_2, trascurando il salto di quota.
Allora:

$$F_2 = P_2 \cdot S_2 = P_1 \cdot S_2 = \frac{F_1}{S_1}$$

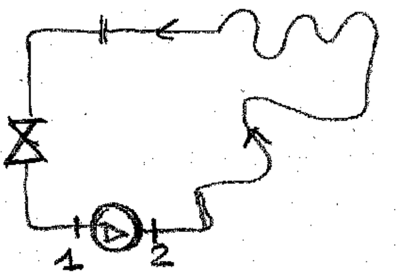
$$= F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

$$= 20\, F_1$$

Poiché ho 2 pastiglie, la forza frenante sul disco diviene pari a $2 \cdot F_2 = 40\, F_1$

Esercizio n. 3

Il conteggio delle perdite di carico di un circuito idraulico chiuso si calcola sempre come:



$$\Delta H_{TOT} = \underbrace{\sum_i \frac{\lambda_i}{D_i} \frac{U_i^2}{2g} \cdot L_i}_{\text{sommatoria delle perdite distribuite}} + \underbrace{\sum_j \xi_j \frac{U_j^2}{2g}}_{\text{sommatoria delle perdite concentrate}}$$

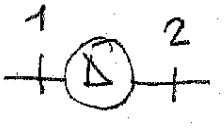
$\Rightarrow$ sono generalizzabile come $K \cdot Q^2$ $\quad Q \to \frac{U_i}{\sqrt{2_i}}$

K: è la costante d'impianto

Se fosse noto ΔH_{TOT}, qual'è la potenza P della pompa?

$$\Delta H_{TOT} = H_2 - H_1$$

Applico il 1° principio per sistemi aperti



$$\dot{m}\left(\frac{1}{2}\left(u_2^2 - u_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right) + h_2 - h_1\right) = P$$

osservo che:

$$u_2 = u_1$$

$$z_2 = z_1$$

energie interne (non velocità!)

$$h_2 - h_1 = \left(u_2 + p_2 v_2\right) - \left(u_1 + p_1 v_1\right)$$

ma per un fluido:

$$\frac{1}{\rho} = v_1 \simeq v_2 \quad \text{(sono incomprimibili!)}$$

$$\Rightarrow h_2 - h_1 = \underbrace{u_2 - u_1}_{} + \frac{P_2 - P_1}{\rho}$$

sarebbe $c_v (T_2 - T_1)$
ma $T_2 \simeq T_1$

Termine Trascurabile

$$\Rightarrow \dot{m} \cdot \frac{P_2 - P_1}{\rho} = P$$

ma $\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$ — portata volumetrica

quindi $P = \dot{V} \, \Delta P$

se lo esprimo in metri di colonna d'acqua

$$P_2 = \gamma H_2 \quad e \quad P_1 = \gamma H_1$$

peso specifico acqua

$$\Rightarrow P = \gamma \quad \Delta H$$

questo naturalmente a meno di un rendimento della pompa

$$\boxed{P_{reale} = \eta \cdot \gamma \dot{V} \Delta H}$$

Supponiamo che ΔH sia 5 m di c.a. (colonna d'acqua) e che la portata volumetrica $\dot{V}$ sia di $1\ \ell/s$; qual'è la potenza?

$$P_{reale} = \eta P = \eta \cdot 10^4 \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}001 \frac{\cancel{m^3}}{s} \cdot 5\,m$$

$$= \eta \cdot 50 \left(kg \cdot \frac{m}{s^2}\right) \cdot (m) \cdot \left(\frac{1}{s}\right)$$

$$(N \cdot m) \cdot \frac{1}{s}$$

$$J \cdot \frac{1}{s}$$

$$W$$

$$= \eta \cdot 50\,W$$