

**Programma del corso di  
Analisi Matematica I  
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale  
Anno Accademico 2008-09  
Docente: Andrea Corli  
Esercitazioni: Alessia Ascanelli**

**Nozioni preliminari.** Insiemi, insiemi numerici  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ . Sommatorie e loro proprietà; progressione geometrica. Fattoriali. Valore assoluto e disuguaglianze ad esso associate. Intervalli della retta reale. Insiemi limitati; massimo, minimo. Radici, potenze, esponenziali, logaritmi: operazioni e loro proprietà.

**Successioni.** Definizione, successioni limitate, limite di successione. Proprietà vere definitivamente; unicità del limite. Ogni successione convergente è limitata; successioni divergenti, successioni indeterminate. Successioni infinitesime e infinite. Successioni monotone; esistenza del limite per le successioni monotone. La successione geometrica. Proprietà dei limiti di successioni; forme indeterminate. Teorema del confronto, della permanenza del segno. Definizione del numero  $e$  come limite di successione. Infiniti e infinitesimi di ordine crescente, decrescente; successioni asintotiche.

**Serie.** Definizione, serie convergenti, divergenti, indeterminate. La serie geometrica e la sua somma; serie armonica, serie telescopiche. Condizione necessaria di convergenza (termine generale infinitesimo). Criteri di convergenza per serie a termini positivi: confronto, confronto asintotico, radice, rapporto. La serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza per serie a termini di segno variabile: convergenza assoluta, criterio di Leibniz.

**Funzioni di una variabile: limiti, continuità, studio qualitativo.** Definizione di funzione, dominio, immagine, grafico. Funzioni limitate, simmetriche (pari, dispari), monotone, periodiche. Limite di funzioni, limite destro, sinistro; unicità del limite. Funzioni continue, continue a destra, continue a sinistra. Funzioni discontinue. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, iperboliche, logaritmiche, trigonometriche. Operazioni sui grafici: dilatazione, compressione, traslazioni orizzontali e verticali, riflessioni. Funzioni composte, funzioni invertibili, funzioni inverse e loro grafici. Le funzioni trigonometriche inverse. Continuità di somma, prodotto, quoziente, composizione di funzioni continue. Classi di funzioni continue. Teorema degli zeri delle funzioni continue. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Operazioni con i limiti di funzioni; teorema della permanenza del segno; cambio di variabile nel calcolo del limite; limiti notevoli, infiniti e infinitesimi. Studio qualitativo del grafico di una funzione.

**Calcolo differenziale.** Derivata di una funzione in un punto, funzione derivata. Retta tangente al grafico di una funzione in un punto. Derivate di ordine superiore. Derivate di funzioni elementari. Derivata destra, sinistra. Punti di non derivabilità: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Ogni funzione derivabile è continua. Operazioni con le derivate: derivata di una somma, prodotto, quoziente, composizione, della funzione inversa.

Punti di massimo, minimo. Teorema di Fermat, teorema del valor medio, caratterizzazione della monotonia tramite il segno della derivata prima. Punti stazionari, di flesso. Caratterizzazione delle funzioni a derivata nulla in un intervallo. Ricerca dei massimi, minimi di una funzione. I teoremi di de l'Hospital. La derivata seconda: convessità e concavità di una funzione, punti di flesso; monotonia della derivata prima per funzioni convesse o concave. Studio degli estremi di una funzione tramite la derivata seconda. Studio del grafico di una funzione.

**Calcolo integrale.** Definizione di integrale per funzioni continue; sua interpretazione geometrica. Proprietà dell'integrale: linearità, additività rispetto all'intervallo di integrazione, monotonia. Teorema della media integrale e suo significato geometrico. Primitiva di una funzione; caratterizzazione delle primitive in un intervallo. La funzione integrale: definizione e sue proprietà. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive delle funzioni elementari. Integrazione per linearità, per sostituzione, per parti. Tecniche di integrazione: integrazione delle funzioni razionali; integrazione di funzioni razionali di funzioni trigonometriche, irrazionali, potenze frazionarie. Integrale di funzioni discontinue. Integrazione generalizzata di funzioni continue non limitate o definite in intervalli illimitati.

### **Libri consigliati.**

- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa: *Matematica – Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, seconda edizione, Zanichelli, 2004.
- S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica I*, Zanichelli, 2001. Ristampa aggiornata 2004.
- B. Demidovic: *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*, Editori Riuniti, 1999.