

**Esercizio n°1 (punti 6)**

L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è costituito da due pompe in serie, P1 e P2 aventi le seguenti curve caratteristiche:

Pompa P1:  $H = \alpha - \beta \cdot Q^2$  con  $\alpha=32$  m,  $\beta=45$  m/(m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup> a  $n=720$  giri/min essendo  $H$  in m, e  $Q$  in m<sup>3</sup>/s.

A  $n=720$  giri/min il rendimento e l'NPSH richiesto sono:

Q [m <sup>3</sup> /s]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$\eta$ %	64	68	73	76	78	75	69	63
NPSH [m]	5.03	5.12	5.27	5.48	5.75	6.08	6.47	6.92

Pompa P2:  $H = \alpha - \beta \cdot Q^2$  con  $\alpha=20$  m,  $\beta=40$  m/(m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup> a  $n=720$  giri/min essendo  $H$  in m, e  $Q$  in m<sup>3</sup>/s.

A  $n=720$  giri/min il rendimento è:

Q [m <sup>3</sup> /s]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$\eta$ %	70	73	75	76	75	73	70
NPSH [m]	6.5	6.54	6.66	6.86	7.14	7.5	7.94

Supponendo di dover sollevare 10000 m<sup>3</sup> d'acqua al giorno dal serbatoio A, posizionato alla quota  $Z_A=8$  m, al serbatoio B, posizionato alla quota  $Z_B=19$  m, calcolare il consumo energetico nell'ipotesi

- che entrambe le pompe operino a 720 giri/min e
- che entrambe le pompe operino a 910 giri/min.

Valutare quale delle due soluzioni consente un minor consumo energetico giornaliero.

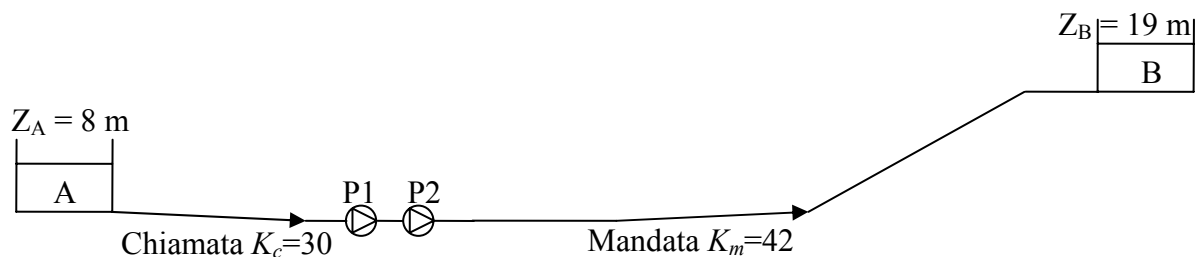
N.B. Ricavare analiticamente le portate sollevate dalle singole pompe e le corrispondenti prevalenze e disegnare le curve caratteristiche delle pompe e dei rendimenti evidenziando i punti di funzionamento.

Le perdite di carico possano essere approssimate dalla relazione:

$$\Delta H = (K_c + K_m) \cdot Q^2$$

essendo  $\Delta H$  in m,  $Q$  in m<sup>3</sup>/s,  $K_c=30$  m/(m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup> il coefficiente delle perdite di carico nel tratto di chiamata e  $K_m=42$  m/(m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup> il coefficiente delle perdite di carico nel tratto di mandata. Si considerino trascurabili le perdite di carico tra P1 e P2.

Con riferimento all'ipotesi a) (ovvero entrambe le pompe operanti a 720 giri/min) calcolare inoltre le quota a cui dovrebbero essere posizionate le due pompe P1 e P2 al fine di evitare la cavitazione assumendo una pressione di vapore dell'acqua di 1.7 kPa e la pressione atmosferica 101.320 kPa.



**Esercizio n°2 (punti 5)**

Si consideri la rete di drenaggio di sole acque bianche rappresentata in figura. Il tratto 1, già realizzato, presenta le seguenti caratteristiche: diametro  $D=0.7$  m, lunghezza  $L=150$  m, pendenza  $i_f=0.5$  %, scabrezza  $K_s=70$  m<sup>1/3</sup>/s ed è al servizio di un'area  $S_p=2$  ha con grado di impermeabilità  $IMP=30\%$ .

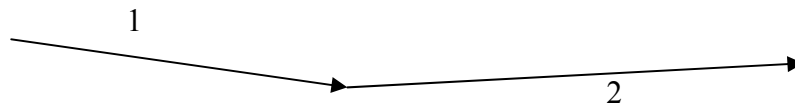
Il tratto 2, in fase di progetto, avrà lunghezza  $L=200$  m, pendenza  $i_f=0.4$  %, scabrezza  $K_s=70$  m<sup>1/3</sup>/s e la superficie parziale di sua competenza sarà  $S_p=1.5$  ha con grado di impermeabilità  $IMP=50\%$ .

1. Determinare l'intensità di precipitazione che comporterebbe un funzionamento del tratto 1 con grado di riempimento ottimale  $h/D=0.7$ .
2. Supponendo che la trattazione statistica per diversi tempi di ritorno  $T$  delle altezze di precipitazione massime annue registrate in un pluviometro posto nelle vicinanze della rete abbia fornito i seguenti parametri delle curve di possibilità climatica  $h = a\theta^n$ :

$T$ [anni]	2	5	10	15	20	25	30	35	40	50
$a$ [mm/ora <sup>n</sup> ]	28.0	39.8	47.5	52.0	55.0	57.5	59.4	61.1	62.5	64.8
$n$	0.240	0.219	0.210	0.206	0.204	0.202	0.201	0.200	0.199	0.197

valutare il tempo di ritorno della precipitazione che determinerebbe il funzionamento del tratto 1 con grado di riempimento ottimale.

3. Dimensionare il tratto 2 a fronte del medesimo tempo di ritorno stimato al punto 2.



(Si assuma un coefficiente di afflusso per le aree permeabili  $\varphi_{PERM}=0.1$  e per le aree impermeabili  $\varphi_{IMP}=0.8$ )

$h/D$	$P/D$	$A/D^2$	$R/D$	$V/V_r$	$Q/Q_r$	$h/D$	$P/D$	$A/D^2$	$R/D$	$V/V_r$	$Q/Q_r$
0.05	0.45	0.015	0.033	0.257	0.005	0.55	1.67	0.443	0.265	1.039	0.586
0.10	0.64	0.041	0.064	0.401	0.021	0.60	1.77	0.492	0.278	1.072	0.672
0.15	0.80	0.074	0.093	0.517	0.049	0.65	1.88	0.540	0.288	1.099	0.756
0.20	0.93	0.112	0.121	0.615	0.088	0.70	1.98	0.587	0.296	1.120	0.837
0.25	1.05	0.153	0.147	0.701	0.137	0.75	2.09	0.632	0.302	1.133	0.912
0.30	1.16	0.198	0.171	0.776	0.196	0.80	2.21	0.674	0.304	1.140	0.977
0.35	1.27	0.245	0.193	0.843	0.263	0.85	2.35	0.711	0.303	1.137	1.030
0.40	1.37	0.293	0.214	0.902	0.337	0.90	2.50	0.744	0.298	1.124	1.066
0.45	1.47	0.343	0.233	0.954	0.416	0.95	2.69	0.771	0.286	1.095	1.074
0.50	1.57	0.393	0.250	1.000	0.500	1.00	3.14	0.785	0.250	1.000	1.000

**Esercizio n°3 (punti 4)**

Si consideri una carreggiata larga 10 m, asfaltata (coefficiente di afflusso  $\phi=1$ , coefficiente di scabrezza di Strickler  $K=66 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ ) e con pendenza trasversale  $S_x=1.5\%$ . La carreggiata, lunga complessivamente 60 metri, ha pendenza longitudinale  $S_0=1.1\%$  per i primi 30 metri (dalla progressiva 0 fino alla progressiva 30) e  $S_0=0.7\%$  per i successivi 30 metri (dalla progressiva 30 fino alla progressiva 60) (vedi figura 1).

Lungo la carreggiata vi sono posizionate, in una cunetta a sezione triangolare (vedi figura 2), caditoie a grata con barre parallele alla direzione della corrente di larghezza  $W=0.5 \text{ m}$  e lunghezza  $L=0.5 \text{ m}$  ad interasse di 15 m. Verificare se a fronte di una precipitazione di intensità  $90 \text{ mm/h}$ , l'allagamento  $T$  della sede stradale è inferiore a 1.5 m.

N.B. Si calcoli la portata intercettata e by-passata dalle caditoie e si disegni l'andamento dell'area allagata in funzione della progressiva e si commenti il risultato. Come influisce la pendenza longitudinale  $S_0$  sull'allagamento  $T$  della sede stradale e quindi sull'interasse a cui devono essere posizionate le caditoie?

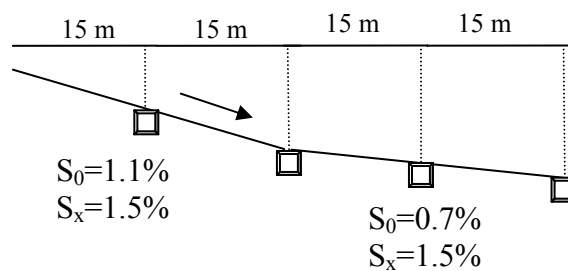


Figura 1. Sezione longitudinale della sede stradale

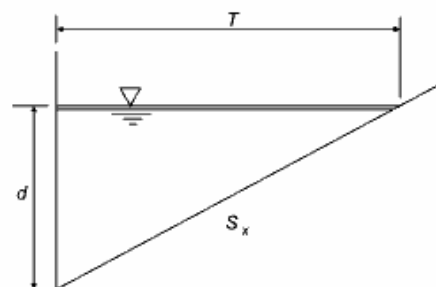


Figura 2. Sezione trasversale della cunetta.

Equazioni:

$$Q = C_f K S_x^{5/3} T^{8/3} S_0^{1/2} \quad \text{essendo } C_f = 0.376;$$

$$E_0 = 1 - \left(1 - \frac{W}{T}\right)^{2.67}; \quad Q_s = Q(1 - E_0);$$

$$v_0 = 2.54L^{0.51}$$

$$R_f = \begin{cases} I - K_f (V - v_0) & V \geq v_0 \\ I & V \leq v_0 \end{cases} \quad \text{essendo } K_f = 0.0295;$$

$$R_s = \left( I + \frac{K_s V^{1.8}}{S_x L^{2.3}} \right)^{-1} \quad \text{essendo } K_s = 0.0828;$$

### Domande (punti 3 ciascuna)

1. Fissate le ipotesi di calcolo di una turbomacchina, disegnare i triangoli di velocità all'ingresso e all'uscita di una pompa centrifuga e ricavare l'equazione di Eulero in condizioni di progetto. (N.B. descrivere i singoli passaggi).
2. Definire la velocità specifica e il diametro specifico di una turbopompa e introducendo il diagramma di Balje illustrare come queste grandezze sono relazionate alle diverse tipologie di turbopompe.
3. Partendo da una serie di altezze di precipitazione massime annue (ad esempio sulle durate di 1, 3, 6, 12 e 24 ore) spiegare come si stimano i parametri  $a$  ed  $n$  della curva di possibilità climatica  $h = a \cdot t^n$  per assegnato tempo di ritorno  $T$ .
4. Coefficiente ARF: specificare a quale scopo viene utilizzato, qual'è il suo andamento rispetto all'area del bacino  $A$  e alla durata di precipitazione  $\theta$ . Come si definisce l'altezza di pioggia areale?
5. Disegnare e descrivere un impianto di scarico delle acque nere da un edificio civile con ventilazione parallela indiretta ed illustrare la procedura per il dimensionamento delle colonne di scarico.

### Esercizio n°1

La curva della pompa  $P1$  a  $n=720$  giri/min, è definita dalla seguente equazione:

$$P1_{910}: H = \alpha_1 - \beta_1 \cdot Q^2 \quad \text{oppure} \quad Q = \sqrt{\frac{\alpha_1 - H}{\beta_1}}$$

La curva della pompa  $P2$  a  $n=720$  giri/min, è definita dalla seguente equazione:

$$P2_{910}: H = \alpha_2 - \beta_2 \cdot Q^2 \quad \text{oppure} \quad Q = \sqrt{\frac{\alpha_2 - H}{\beta_2}}$$

Dal momento che le pompe  $P1$  e  $P2$  lavorano in serie, l'equazione della curva delle pompe  $P1$  e  $P2$  in serie si ottiene sommando le prevalenze  $H$  a parità di portata  $Q$ :

$$H = (\alpha_1 - \beta_1 \cdot Q^2) + (\alpha_2 - \beta_2 \cdot Q^2)$$

Per determinare il punto di funzionamento, si pone a sistema l'equazione della curva delle pompe  $P1$  e  $P2$  in serie, con l'equazione della curva dell'impianto, così definita:

$$H = H_g + k \cdot Q^2$$

dove:

$$H_g = z_B - z_A = (19 - 8) = 11 \text{ m};$$

$$k = k_{chiam} + k_{mand} = 42 \text{ s}^2 \text{ m}^{-5};$$

Il punto di funzionamento è quindi:

$$\begin{cases} Q = 0.511 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H = 11 + 56 \cdot (0.511)^2 = 29.8 \text{ m} \end{cases}$$

In particolare, la pompa  $P1$  opera a:

$$\begin{cases} Q_1 = 0.511 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H_1 = 20.25 \text{ m} \\ \eta_1 = 78\% \quad (\text{vedi Tabella testo}) \end{cases}$$

la pompa  $P2$  opera a:

$$\begin{cases} Q_2 = 0.511 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H_2 = 9.55 \text{ m} \\ \eta_2 = 75\% \quad (\text{vedi Tabella testo}) \end{cases}$$

Dato il volume medio giornaliero da sollevare dal serbatoio A al serbatoio B, si ricava il n° di ore di lavoro delle pompe:

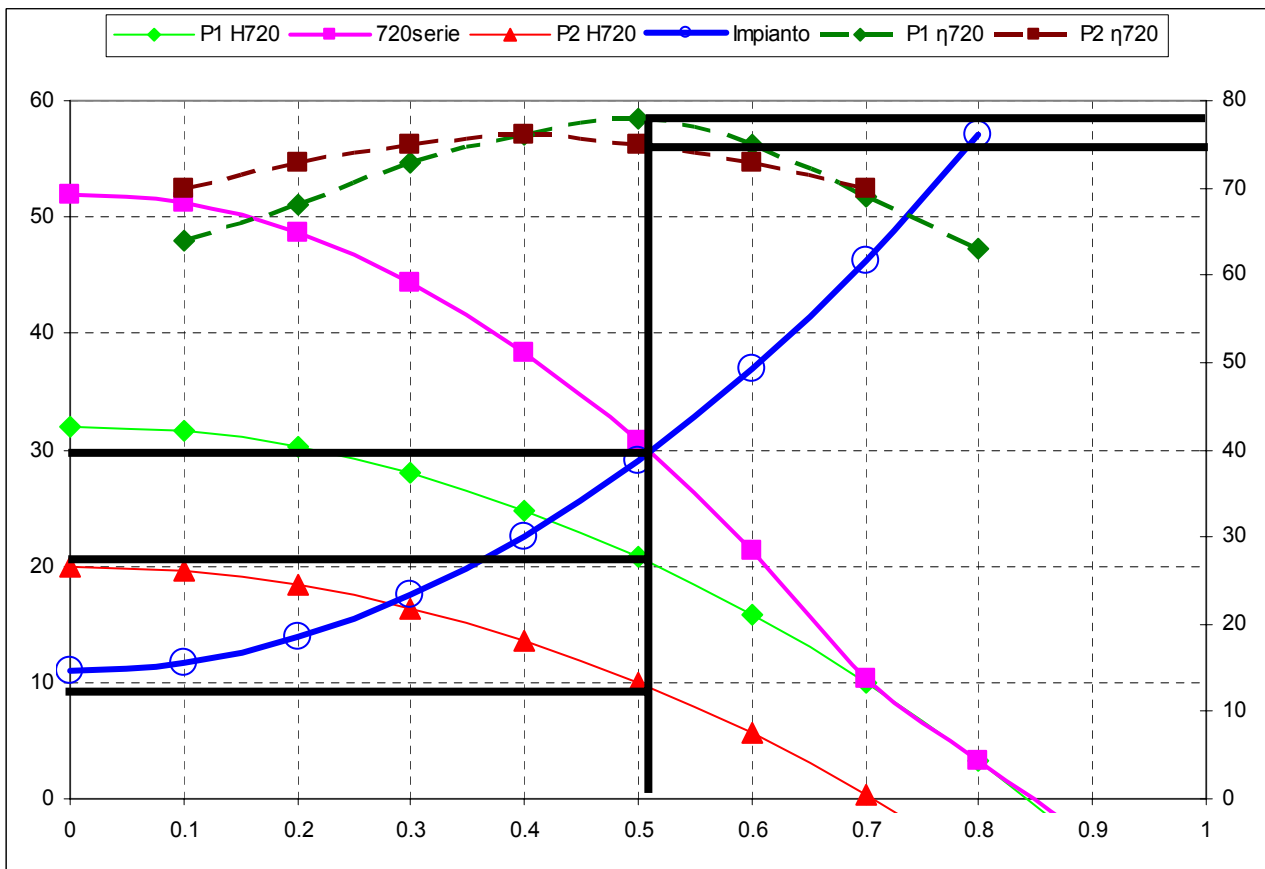
$$N_{ore} = \frac{V}{Q} = \frac{10000}{0.511 \cdot 3600} = 5.44h$$

La potenza assorbita  $P_a$  dalle due pompe è quindi:

$$P_a = \frac{\gamma \cdot Q_1 \cdot H_1}{\eta_1} + \frac{\gamma \cdot Q_2 \cdot H_2}{\eta_2} = \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.511 \cdot 20.25}{0.78} + \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.511 \cdot 9.55}{0.75} = 194kW \quad \text{potenza}$$

assorbita in un'ora

$$P_a^{die} = P_a \cdot N_{ore} = 1055kW / die \rightarrow \text{potenza assorbita al giorno}$$



Nel caso in cui le pompe lavorino a  $n^*=910$  giri/min applicando il principio di similitudine fluidodinamica, si ricavano le equazioni delle curve delle pompe al nuovo numero di giri:

$$\begin{cases} \frac{H}{H^*} = \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 \\ \frac{Q}{Q^*} = \frac{n}{n^*} \end{cases} \rightarrow H^* \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 = \alpha - \beta \cdot Q^{*2} \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 \rightarrow H = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \alpha_1 - \beta_1 \cdot Q^2$$

Considerando che le due pompe lavorano in serie e ripetendo quindi i passaggi descritti in precedenza si ottiene il nuovo punto di funzionamento:

$$\begin{cases} Q = 0.678m^3s^{-1} \\ H = 44.05m \end{cases}$$

In particolare, la pompa *PI* opera a:

$$\begin{cases} Q_1 = 0.678m^3s^{-1} \\ H_1 = 30.46m \\ \eta_1 = 77\% \quad (\text{vedi sotto}) \end{cases}$$

la pompa *P2* opera a:

$$\begin{cases} Q_2 = 0.678m^3s^{-1} \\ H_2 = 13.59m \\ \eta_2 = 74\% \quad (\text{vedi sotto}) \end{cases}$$

I rendimenti al nuovo numero di giri sono ottenuti applicando la similitudine fluidodinamica

$$\frac{Q}{Q^*} = \frac{n}{n^*}$$

quindi per la Pompa *PI* a 910 giri/min si ha:

Q [m <sup>3</sup> /s]	0.126	0.253	0.379	0.506	0.632	0.758	0.885	1.011
η %	64	68	73	76	78	75	69	63

Per la Pompa *P2* a 910 giri/min si ha:

Q [m <sup>3</sup> /s]	0.126	0.253	0.379	0.506	0.632	0.758	0.885
η %	70	73	75	76	75	73	70

Dato il volume medio giornaliero da sollevare dal serbatoio A al serbatoio B, si ricava il n° di ore di lavoro delle pompe:

$$N_{ore} = \frac{V}{Q} = \frac{10000}{0.678 \cdot 3600} = 4.10h$$

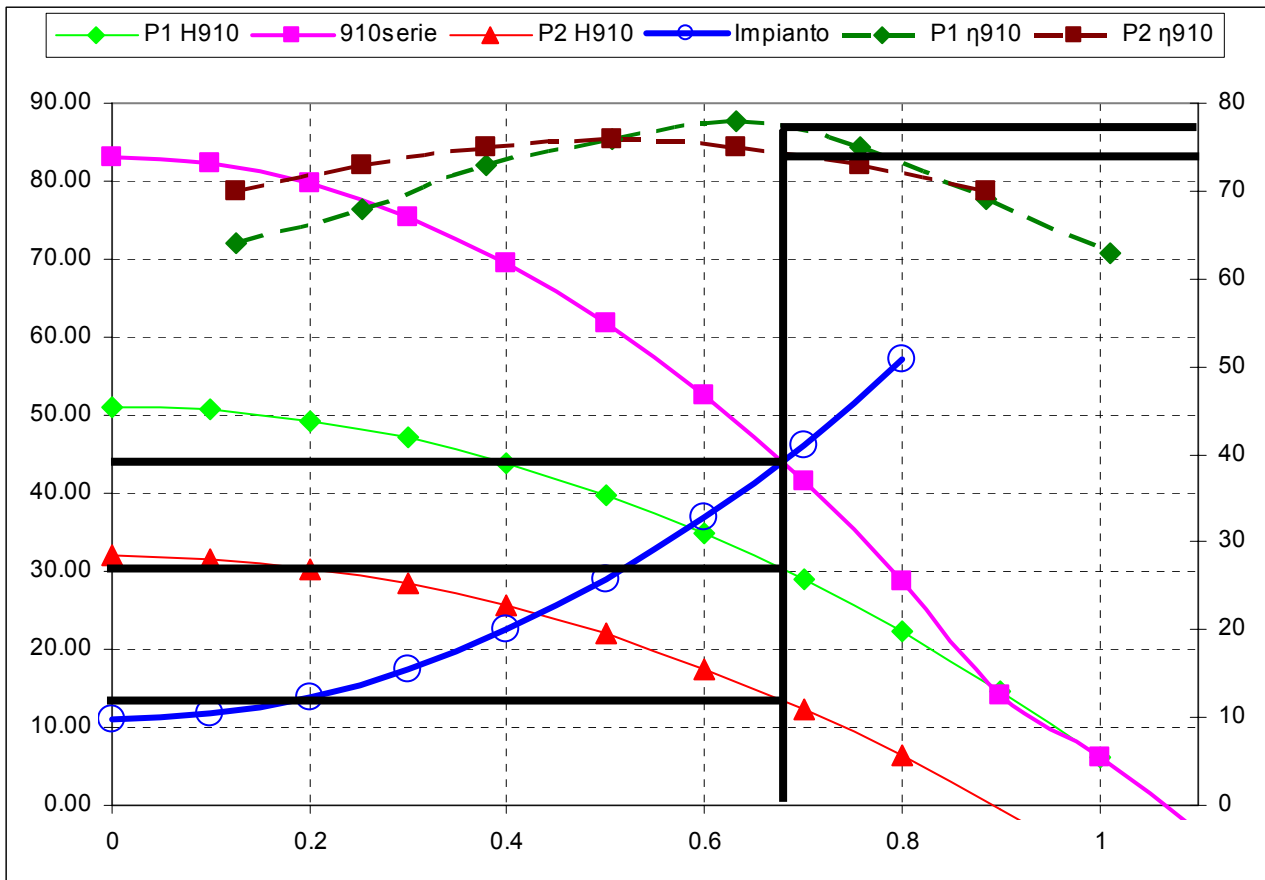
La potenza assorbita  $P_a$  dalle due pompe è quindi:

$$P_a = \frac{\gamma \cdot Q_1 \cdot H_1}{\eta_1} + \frac{\gamma \cdot Q_2 \cdot H_2}{\eta_2} = \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.678 \cdot 30.46}{0.78} + \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.678 \cdot 13.59}{0.75} = 385kW$$

potenza assorbita in un'ora

$$P_a^{die} = P_a \cdot N_{ore} = 1578kW / die \rightarrow \text{potenza assorbita al giorno}$$

Confrontando i valori di potenza assorbita giornalmente si conclude che la combinazione a) è energeticamente più conveniente



L'NPSH richiesto dalla pompa *P1* quando solleva  $Q=0.511 \text{ m}^3/\text{s}$  è 5.75 m. (vedi Tabella testo)

Le perdite di carico  $ya$  tra il serbatoio A e la pompa *P1* sono pari a:

$$ya = k_c Q^2 = 7.83 \text{ m}$$

La pompa potrà quindi essere posizionata alla quota massima di

$$Z_1 = Z_A + \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_{vap}}{\gamma} - ya - NPSH = 4.57 \text{ m}$$

L'NPSH richiesto dalla pompa *P2* quando solleva  $Q=0.511 \text{ m}^3/\text{s}$  è 7.14 m. (vedi Tabella testo)

Le perdite di carico  $ya$  tra il serbatoio A e la pompa *P2* sono pari a:

$$ya = k_c Q^2 = 7.83 \text{ m}$$

La pompa *P1* posta a monte della pompa *P2* fornisce una prevalenza  $h1=20.25 \text{ m}$ .

La pompa potrà quindi essere posizionata alla quota massima di

$$Z_1 = Z_A + \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_{vap}}{\gamma} - ya + h1 - NPSH = 23.43 \text{ m}$$



## Esercizio n°2

Punto 1)

Nell'ipotesi di grado di riempimento ottimale si ha:

$$\frac{h}{D} = 0.7 \quad \text{da cui:} \quad \frac{Q_{\max}}{Q_p} = 0.837 \Rightarrow Q_{\max} = Q_{cr} = 0.837Q_p$$

La portata a sezione piena  $Q_p$  vale:

$$Q_p = v_p A = 596 \text{ l/s}$$

essendo:

$v_p$  la velocità a sezione piena così definita:

$$v_p = k_s \left( \frac{D}{4} \right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{i_f} = 1.55 \text{ m/s}$$

Quindi il valore della portata critica è pari a:

$$Q_{\max} = Q_{cr} = 0.837 \cdot 596 = 498.8 \text{ l/s}$$

Dalla definizione del coefficiente  $\varphi$  si ha:

$$\varphi = \varphi_{\text{imp}} \cdot \text{IMP} + \varphi_{\text{perm}} \cdot (1 - \text{IMP}) = 0.31$$

Quindi è possibile ricavare il valore dell'intensità di precipitazione critica:

$$i_c = \frac{Q_{cr}}{\varphi A} = 289.6 \text{ mm/h}$$

Punto 2)

Il tempo di corrivazione  $t_{cr}$  è:

$$t_{cr} = t_a + \frac{t_r}{1.5} = 5 + \frac{L}{v_p \cdot 1.5} = 6.08 \text{ min}$$

Da cui, ricordando che l'intensità di precipitazione è data da  $i = a\theta^{n-1}$  sulla base dei risultati riportati nella tabella sottostante

T	2	5	<b>10</b>	15	20	25	30	35	40	50
a	28.0	39.8	47.5	52.0	55.0	57.5	59.4	61.1	62.5	64.8
n	0.240	0.219	0.210	0.206	0.204	0.202	0.201	0.200	0.199	0.197
ic	160	238.0	<b>290.0</b>	320.4	340.4	357.5	370.2	381.6	391.3	407.5

si avrebbe che il tempo di ritorno della precipitazione che determinerebbe il funzionamento del tratto 1 con grado di riempimento ottimale è circa  $T=10$  anni.

Punto 3)



### Esercizio n°3

#### 1° LIVELLETTA

Sede stradale		ip	90 mm/h	$\varphi$	1
So	1.1 %		Caditoia Reticuline		
Sx	1.5 %	Lungh	0.5 m		
Lungh	30 m	Largh W	0.5 m		
Largh	10 m				
Ks	66 m <sup>1/3</sup> s <sup>-1</sup>	Interasse	15 m		
T	1.5 m	V Sp.Over	1.784 m/s		

#### Calcolo la portata per metro lineare di strada

Q1 0.0003 m<sup>3</sup>/s 0.250 l/s

#### Portata massima che può defluire in cunetta

Qmax 0.007 m<sup>3</sup>/s 7.001 l/s  $Q=0.376 \cdot Ks \cdot T^{8/3} \cdot Sx^{5/3} \cdot So^{1/2}$

#### Portata per tratto

Qt 0.0038 m<sup>3</sup>/s 3.750 l/s <Qmax

#### 2° LIVELLETTA

Sede stradale		ip	90 mm/h	$\varphi$	1
So	0.7 %		Caditoia Reticuline		
Sx	1.5 %	Lungh	0.5 m		
Lungh	30 m	Largh W	0.5 m		
Largh	10 m				
Ks	66 m <sup>1/3</sup> s <sup>-1</sup>	Interasse	15 m		
T	1.5 m	V Sp.Over	1.784 m/s		

#### Calcolo la portata per metro lineare di strada

Q1 0.0003 m<sup>3</sup>/s 0.250 l/s

#### Portata massima che può defluire in cunetta

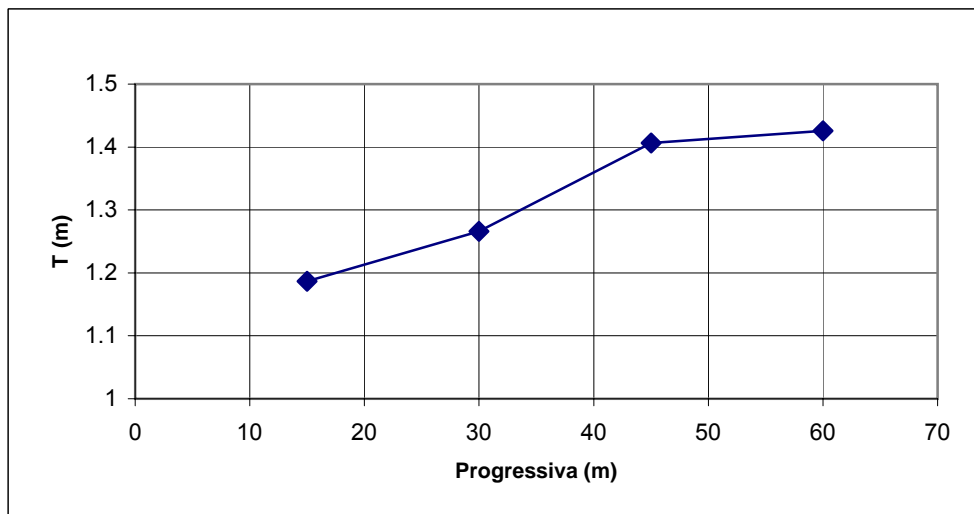
Qmax 0.0056 m<sup>3</sup>/s 5.585 l/s  $Q=0.376 \cdot Ks \cdot T^{8/3} \cdot Sx^{5/3} \cdot So^{1/2}$

#### Portata per tratto

Qt 0.0038 m<sup>3</sup>/s 3.750 l/s <Qmax

#### Riassunto

Caditoia	Progr	T
1	15	1.19
2	30	1.27
4	45	1.41
5	60	1.43



## Calcolo delle portate intercettate e by-passate dalle singole caditoie

### 1° LIVELLETTA

Caditoia	<b>1</b>	Progressiva	15		
Q	0.0038 m3/s	3.750 l/s	<Qmax=	7.001 l/s	
T	<b>1.1869</b> m			$T=(Q/(0.376*Ks*Sx^5/3*So^{1/2}))^{(3/8)}$	
Eo	0.7678			$Eo=1-(1-W/T)^{2.67}$	
Qw	0.0029 m3/s			$Qw=Eo*Q$	
Qs	0.0009 m3/s			$Qs=(1-Eo)*Q$	
A	0.0106 m2	d2	0.018 m		
V	0.3549 m/s	<v0=1.78 portata frontale tutta intercettata			
Rf	1				
Rs	0.1918				
Qint	0.003 m3/s	3.046 l/s			
Qb	0.0007 m3/s	0.704 l/s			

Caditoia	<b>2</b>	Progressiva	30		
Q	0.0045 m3/s	4.454 l/s	<Qmax=	7.001 l/s	
T	<b>1.266</b> m			$T=(Q/(0.376*Ks*Sx^5/3*So^{1/2}))^{(3/8)}$	
Eo	0.7386			$Eo=1-(1-W/T)^{2.67}$	
Qw	0.0033 m3/s			$Qw=Eo*Q$	
Qs	0.0012 m3/s			$Qs=(1-Eo)*Q$	
A	0.012 m2	d2	0.019 m		
V	0.3705 m/s	<v0=1.78 portata frontale tutta intercettata			
Rf	1				
Rs	0.1801				
Qint	0.0035 m3/s	3.499 l/s			
Qb	0.001 m3/s	0.955 l/s			

### 2° LIVELLETTA

Caditoia	<b>3</b>	Progressiva	45		
Q	0.0047 m3/s	4.705 l/s	<Qmax=	5.585 l/s	
T	<b>1.4066</b> m			$T=(Q/(0.376*Ks*Sx^5/3*So^{1/2}))^{(3/8)}$	
Eo	0.6905			$Eo=1-(1-W/T)^{2.67}$	
Qw	0.0032 m3/s			$Qw=Eo*Q$	
Qs	0.0015 m3/s			$Qs=(1-Eo)*Q$	
A	0.0148 m2	d2	0.021 m		
V	0.3171 m/s	<v0=1.78 portata frontale tutta intercettata			
Rf	1				
Rs	0.2253				
Qint	0.0036 m3/s	3.577 l/s			
Qb	0.0011 m3/s	1.128 l/s			

Caditoia	<b>4</b>	Progressiva	60		
Q	0.0049 m3/s	4.878 l/s	<Qmax=	5.585 l/s	
T	<b>1.4258</b> m			$T=(Q/(0.376*Ks*Sx^5/3*So^{1/2}))^{(3/8)}$	
Eo	0.6843			$Eo=1-(1-W/T)^{2.67}$	
Qw	0.0033 m3/s			$Qw=Eo*Q$	
Qs	0.0015 m3/s			$Qs=(1-Eo)*Q$	
A	0.0152 m2	d2	0.021 m		
V	0.3199 m/s	<v0=1.78 portata frontale tutta intercettata			
Rf	1				
Rs	0.2225				
Qint	0.0037 m3/s	3.681 l/s			
Qb	0.0012 m3/s	1.197 l/s			