UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CdL in ING. CIVILE; CdL ING. CIVILE–AMBIENTALE
CdL in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica, Idraulica I e Meccanica dei Fluidi del 13/01/2010

Nome		***note***
Cognome		
Matricola		
Data prova orale	***E' necessario iscriversi in rete***	

Es. 1

Una sfera di raggio R chiude una luce circolare di raggio r. La luce separa un serbatoio contenente acqua, avente profondità a, da una camera stagna contenente un gas a pressione costante (relativa) pari a p_0. Si richiede di trovare quale debba essere la densità minima della sfera che consenta alla medesima di non staccarsi dal foro.

Dati numerici: $R = 0.60\, m; \quad r = 0.40\, m; \quad a = 1.80\, m; \quad p_0 = 0.5\, bar$

Es. 2

Un serbatoio alimenta, mediante una pompa centrifuga, una condotta di diametro D, munita di un gomito flangiato a 90° (avente raggio medio di curvatura R) sul quale è innestato un ugello ben sagomato di lunghezza c e diametro terminale d, la cui quota del baricentro è inferiore di b rispetto alla superficie libera del serbatoio. La geometria del sistema è nota dalla figura 2.

Il getto verticale uscente dall'ugello investe ortogonalmente una piastra piana di peso trascurabile che sostiene un peso P. Nell'ipotesi di fluido ideale si determini la portata liquida necessaria e sufficiente per sostenere il peso, nonché la potenza della pompa, supposta di rendimento unitario. In tali condizioni di funzionamento si determini inoltre (*+25%*) la spinta dinamica sul gomito a 90°, flangiato sulla condotta principale.

Dati numerici:

$$D = 125\, mm; \quad d = 50\, mm; \quad R = 350\, mm; \quad c = 1\, m; \quad b = 0.50\, m; \quad a = 3\, m; \quad P = 100\, N$$

Es. 3

Un serbatoio a quota nota z_A alimenta due serbatoi a quota nota z_B e z_C mediante una rete di lunghe condotte. Sono note le caratteristiche delle condotte $\left[L_k, \;\; D_k, \;\; \varepsilon_k\right] \quad k = 1,2,3$ e la portata erogata dal nodo **N**, pari a Q_N. Nell'ipotesi semplificativa di moto assolutamente turbolento di parete scabra, calcolare le portate nei rami della rete, il carico nel nodo **N** e il coefficiente di perdita concentrata ξ che deve caratterizzare una valvola, posta nel ramo 3, affinché la portata nel ramo 3 sia la metà della portata fluente nel ramo 2; condurre i calcoli trascurando tutte le perdite concentrate salvo quella introdotta dalla valvola. Disegnare altresì le linee dei carichi.

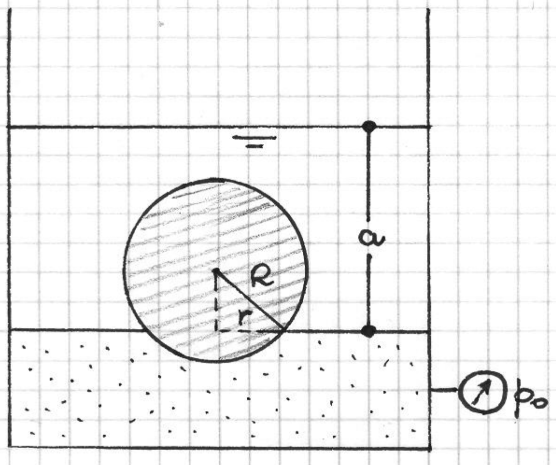
Si ricorda che la perdita concentrata ΔH_c introdotta dalla valvola nel ramo 3 è descritta dall'equazione: $\Delta H_c = \xi \dfrac{U_3^2}{2g}$, con U_3 velocità media nella condotta 3 e g accelerazione di gravità.

Dati numerici:

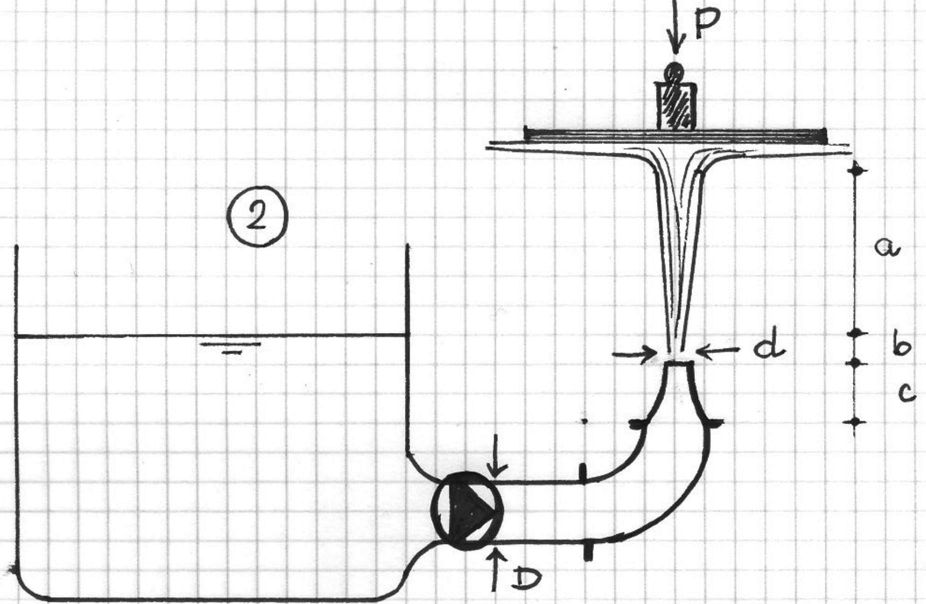
$$z_A = 220\, m; \quad z_B = 140\, m; \quad z_C = 120\, m;$$
$$L_{1,2,3} = 7 \quad 3 \quad 7.5 \;\; km; \quad D_{1,2,3} = 200 \quad 150 \quad 125 \;\; mm;$$
$$\varepsilon = 0.42\, mm,\, k = 1,2,3; \quad Q_N = 5\, l/s$$

13.1.2010

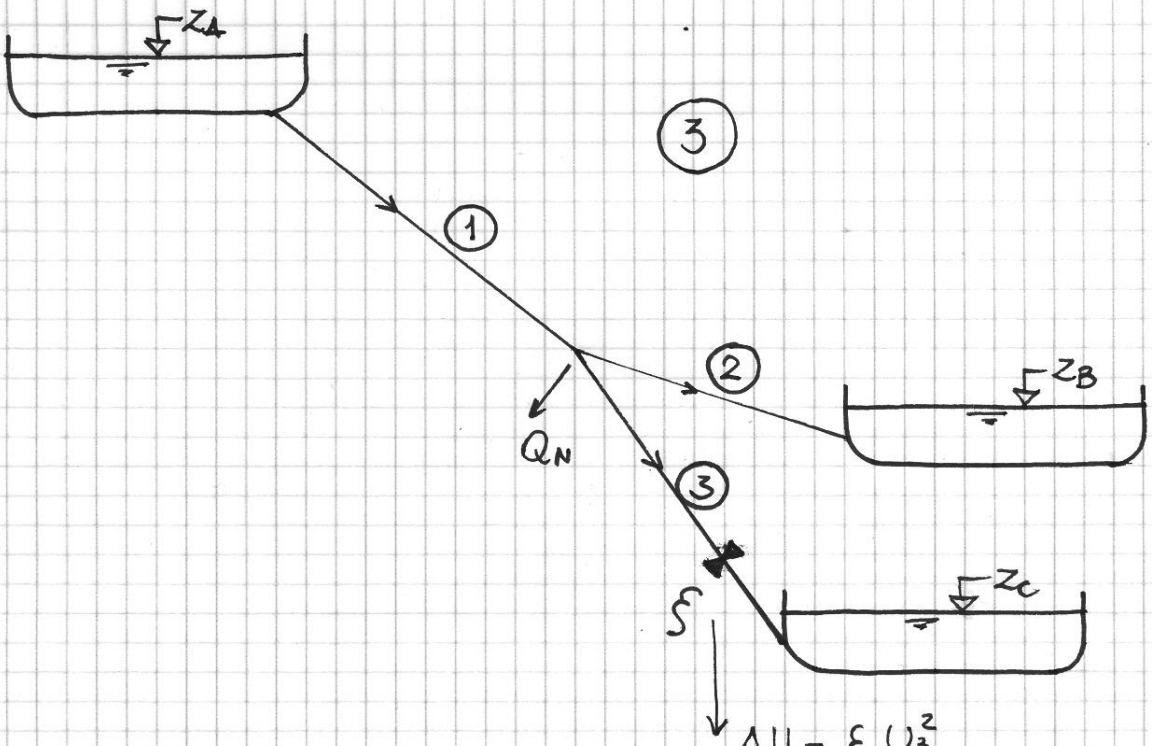
1

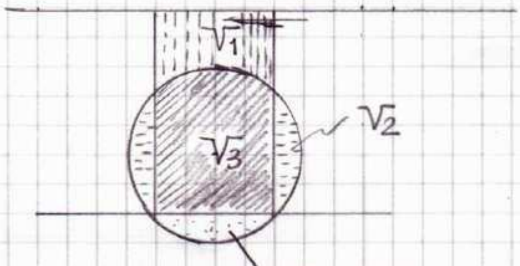


2



3





$$V_{sf} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 0.9048\ m^3$$

$$V_4 = V_{cal} = 0.0403\ m^3$$

Tutte le forze sono verticali, passanti per O.

Forza dell'acqua, verso il basso:

$$(\downarrow)\ F_{a1} = \gamma V_1$$

Forza dell'acqua, verso l'alto:

$$(\uparrow)\ F_{a2} = \gamma V_2$$

Forza dell'acqua, totale:

$$(\downarrow)\ F_a = \gamma V_1 + \gamma V_3 - \gamma V_3 - \gamma V_2 =$$

$$F_a = \gamma(V_1 + V_3) - \gamma(V_2 + V_3)$$

$$F_a = \gamma(V_1 + V_3) - \gamma(V_{sf} - V_{cal}) \simeq 395\ N$$

Forza del gas, verso l'alto:

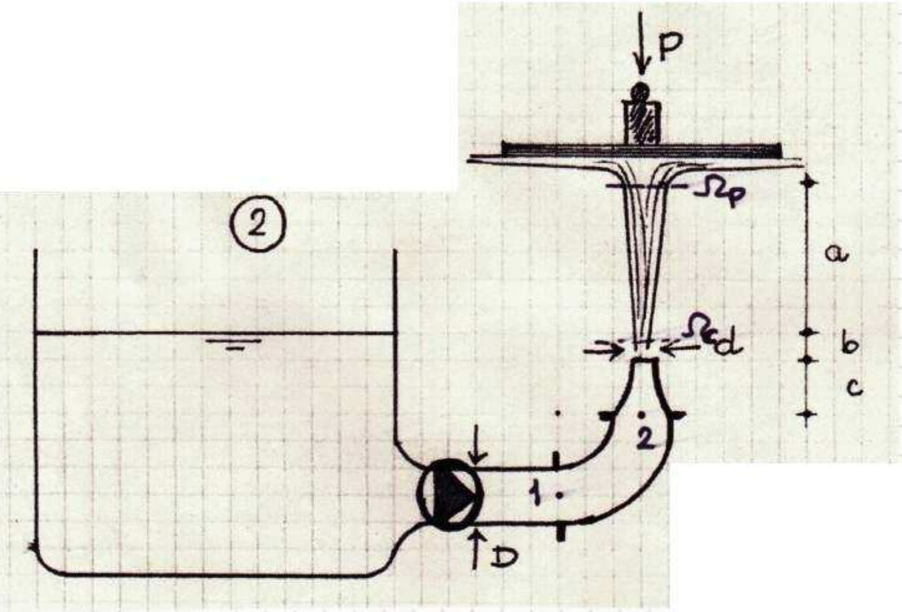
$$(\uparrow)\ F_g = p_0\,(\pi r^2) = 25.13\ kN$$

Forza peso, verso il basso:

$$(\downarrow)\ P = \gamma_{sf}\ V_{sf}$$

Condiz. limite:

$$P + F_a = F_g \Rightarrow \rho_{sf} = \frac{F_g - F_a}{g V_{sf}} = 2.79 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$



Forza sulla piastra necessaria per sostenere P:

$$P = \rho Q U_p = \rho \frac{Q^2}{\Omega_p} \Rightarrow \rho Q^2 = P \Omega_p$$

TdB sez C-P $(a_1 = a+b)$

$$\frac{U_c^2}{2g} = a_1 + \frac{U_p^2}{2g} \Rightarrow \frac{Q^2}{2g\Omega_c^2} = a_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega_p^2}$$

$$\frac{\rho Q^2}{\Omega_c^2} = 2\gamma a_1 + \frac{\rho Q^2}{\Omega_p^2}$$

$$P\Omega_p = \Omega_c^2 \cdot 2\gamma a_1 + \Omega_c^2 \cdot \frac{P}{\Omega_p}$$

$$\Omega_p^2 - 2 \cdot \frac{\gamma a_1}{P} \Omega_c^2 \Omega_p - \Omega_c^2 = 0$$

$$\Omega_p = \frac{\gamma a_1}{P}\Omega_c^2 + \sqrt{\Omega_c^4 \left(\frac{\gamma a_1}{P}\right)^2 + \Omega_c^2} \simeq 3.69 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{P\Omega_p}{\rho}} \simeq 19.2\ l/s$$

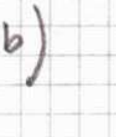
$$\Delta H = a_1 + \frac{U_p^2}{2g} - b = a + \frac{U_p^2}{2g} = 4.38\, m \quad \left(= \frac{U_c^2}{2g} - b\right)$$

$$P_p = \gamma Q \Delta H = 825\, W$$

TdB 2-C: $p_2 = \gamma c + \frac{\rho Q^2}{2\Omega_c^2}\left[1 - \left(\frac{\Omega_c}{\Omega}\right)^2\right] = 56.4\ kPa$

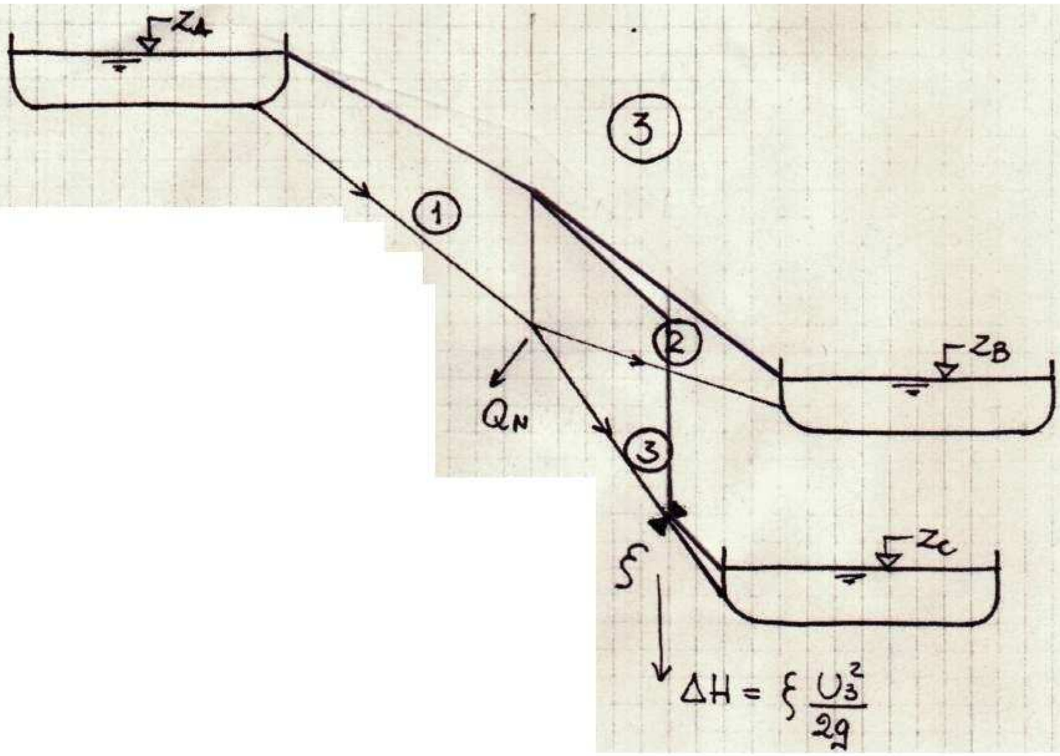
TdB 1-2: $p_1 = p_2 + \gamma R = 59.9\ kPa$

$F_{gx} = p_1 \Omega + \rho \frac{Q^2}{\Omega} = 765 N \qquad F_{gz} = -p_2 \Omega - \rho \frac{Q^2}{\Omega} - \gamma V_g = -789\ N$



$F_g = 1.10\ kN$

$$\xi^* = \frac{\xi}{2g\,\Omega_3^2}$$



$$\begin{cases} \lambda_1 = 0.0237 \\ \lambda_2 = 0.0256 \\ \lambda_3 = 0.027 \end{cases} \qquad r_k = \frac{8\lambda_k L_k}{g\pi^2 D_k^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 0.429 \cdot 10^5 \; m^{-5} s^2 \\ r_2 = 0.838 \cdot 10^5 \; \text{"} \; \text{"} \\ r_3 = 5.485 \cdot 10^5 \; \text{"} \; \text{"} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_A - h_N = r_1 Q_1^2 \\ h_N - z_B = r_2 Q_2^2 \\ h_N - z_C = r_3 Q_3^2 + \xi^* Q_3^2 \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_N \\ Q_2 = 2Q_3 \end{cases} \qquad Q_1 = 3Q_3 + Q_N$$

$$z_A - z_B = r_1 (3Q_3 + Q_N)^2 + 4r_2 Q_3^2$$

$$(9r_1 + 4r_2) Q_3^2 + (6 r_1 Q_N) Q_3 + (r_1 Q_N^2 - (z_A - z_B)) = 0$$

$Q_3 = 9.61$ l/s

$Q_2 = 19.2$ l/s

$Q_1 = 33.8$ l/s

$h_N = z_B + r_2 Q_2^2 = 170.94$ m

$$\xi^* = \frac{(h_N - z_C) - r_3 Q_3^2}{Q_3^2} \Rightarrow \xi = 2g\Omega_3^2 \xi^* = 9.2$$