UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CdL in ING. CIVILE; CdL ING. CIVILE–AMBIENTALE
CdL in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta
di Idraulica, Idraulica I
e Meccanica dei Fluidi
del 9/6/2005

Nome			***barrare la voce che interessa*** ξ	
Cognome				
Matricola				
Corso di Laurea	☐ N.O. Civile	☐ N.O. Civ.-Amb.	☐ V.O. Ing. Civ.	☐ N.O. Ing. Mecc.
Data prova orale	☐ 15.06.2005	☐ 22.06.2005	☐ 13.07.2005	☐ *20.07 (solo ≥ suff)*

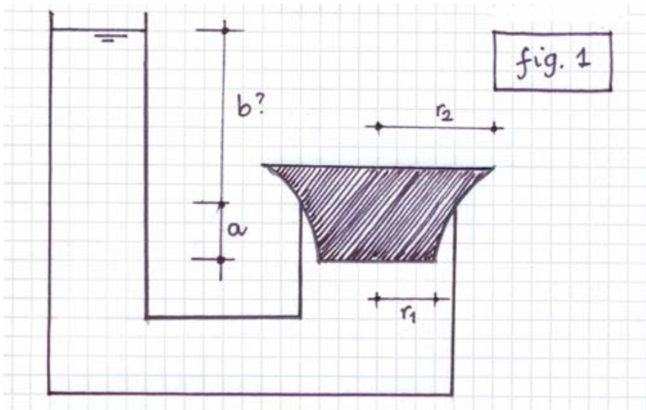
Es. 1

Un solido di rivoluzione a simmetria assiale chiude una canna cilindrica. Il suo peso è noto, pari a P. Si richiede quale debba essere il carico piezometrico nel recipiente (misurato a partire dal bordo della canna cilindrica), necessario e sufficiente a sollevare il solido.
La superficie laterale del solido ha eq.ne (essendo *z=z(r)* la coordinata verticale assiale, e *z*=0 in corrispondenza della base inferiore):

$$z(r) = a\left[\frac{(r-r_1)}{(r_2-r_1)}\right]^{1/3}.$$

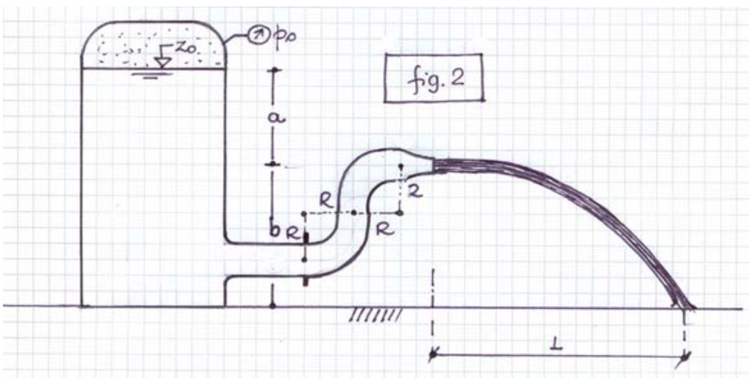
<u>*Dati numerici*</u>:

$P = 12\,kN;\quad r_1 = 0.5\,m;\quad r_2 = 0.75\,m;\quad a = 0.5\,m$



Es. 2

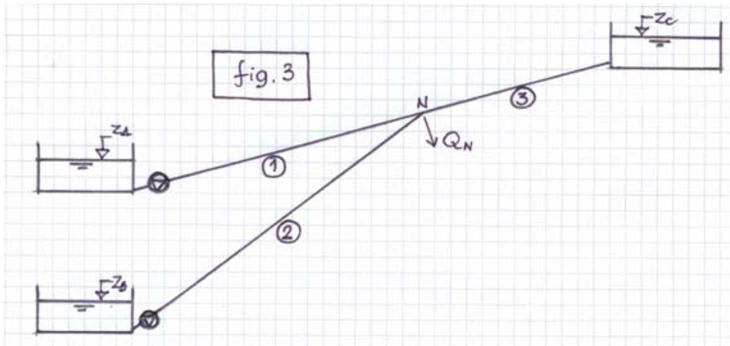
Un serbatoio stagno contiene aria compressa, mantenuta a pressione relativa costante p_0, ed acqua, mantenuta a livello costante z_0. Esso alimenta una condotta cilindrica di diametro D sulla quale è flangiato un doppio gomito ad S costituito da due curve di 90°, ed un ugello ben sagomato di diametro d. La geometria del sistema è completamente nota. Nell'ipotesi di fluido ideale, si richiede di determinare: (*i*) la spinta dinamica sul pezzo flangiato; (*ii*) la nuova pressione relativa p_N alla quale deve essere portata l'aria compressa per incrementare del 50% la gittata L del getto.



<u>*Dati numerici*</u>: $p_0 = 50\,kPa;\quad D = 150\,mm;\quad d = 50\,mm;\quad a = 1.5\,m;\quad b = 2\,m;\quad R = 60\,cm$

Es. 3

Nella rete di lunghe condotte in figura sono note le quote dei serbatoi, le caratteristiche dei rami (L_k, D_k, ε_k), *k*=1, 2, 3, la portata totale con cui le pompe alimentano il serbatoio C, Q_3, la portata emunta nel nodo Q_N, i rendimenti delle pompe. ($\eta = \eta_1 = \eta_2$). Si richiede di determinare la potenza delle due pompe (P_1, P_2), imponendo la stessa cadente per i lati 1 e 2. Ipotizzare valide le ipotesi tipiche per le reti di lunghe condotte ed il moto ovunque assolutamente turbolento di parete scabra. Si richiede altresì il **diagramma del carico totale**.



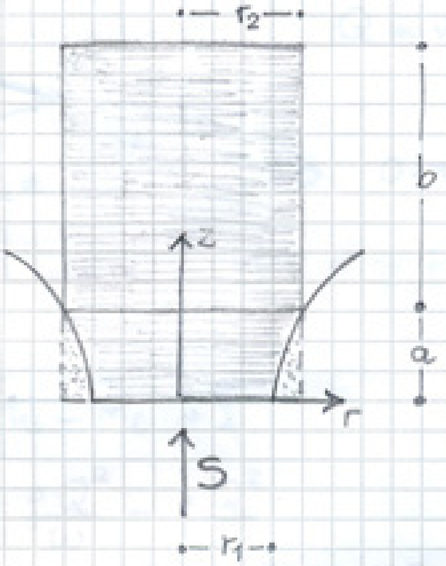
<u>*Dati numerici:*</u>

$$L_{1,2,3} = [4\quad 6\quad 3]\,km;\ D_{1,2,3} = [100\quad 150\quad 200]\,mm;\ \varepsilon_k = 0.40\,mm,\ \forall k;$$

$$z_{A,B,C} = [280\quad 220\quad 350]\,m;\quad Q_3 = 18\,l/s;\quad Q_N = 8\,l/s;\quad \eta_{1,2} = [0.82\quad 0.82]$$

9/6/05

Spinta idrostatica. Verticale, sull'asse, verso l'alto



$P = S$

$(\uparrow) \qquad S = \gamma V$

$V = V_{cil.} - V_{\Delta}$

$V_{cil.}$ ↓ vol. cilindro di base πr_2^2 e altezza $(a+b)$

V_{Δ} ↓ vol. puntinato

$$V_{\Delta} = \int_{r_1}^{r_2} \underbrace{z(r)}_{a\left[\frac{(r-r_1)}{(r_2-r_1)}\right]^{1/3}} 2\pi r \, dr = \frac{3}{14} a\pi \left(4r_2^2 - 3r_1^2 - r_1 r_2\right)$$

$$P = \gamma \pi r_2^2 (a+b) - \gamma a \pi \left(4r_2^2 - 3r_1^2 - r_1 r_2\right)$$

$$P = \gamma \pi r_2^2 a + \gamma \pi r_2^2 b - \gamma \frac{3}{14} \pi a \left(4r_2^2 - 3r_1^2 - r_1 r_2\right)$$

$$b = \frac{P}{\gamma \pi r_2^2} - a + \frac{3}{14} a \left(4 - 3\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \frac{r_1}{r_2}\right)$$

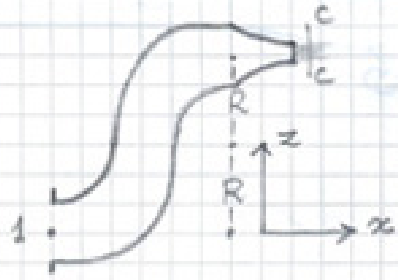
$b = 40.7 \text{ cm}$

TdB 0-c

sez. contr.

(*) $z_0 + \frac{p_0}{\gamma} = z_c + \frac{v_c^2}{2g} \Rightarrow v_c = \sqrt{2g\left[\frac{p_0}{\gamma} + a\right]} \simeq 11.4\ m/s$

$Q = v_c \underbrace{\omega}_{\pi d^2/4} = 22.3\ \ell/s$



TdB 0-1

$p_1 = \gamma(a+2R) + p_0 - \rho\frac{Q^2}{2\Omega^2}$ = 75.7 kPa

$\bar{G} + \bar{\Pi} = \bar{M}_u - \bar{M}_e + \bar{I}$

$\bar{S}_f$: spinta sul fluido

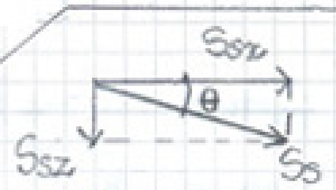
$\bar{S}_s = -\bar{S}_f$: spinta sul raccordo

x) $S_{fx} + p_1\Omega = \rho\frac{Q^2}{\omega} - \rho\frac{Q^2}{\Omega}$

$(\rightarrow)$ $S_{sx} = -S_{fx} = p_1\Omega + \rho\frac{Q^2}{\Omega} - \rho\frac{Q^2}{\omega} \simeq$ 1.11 kN

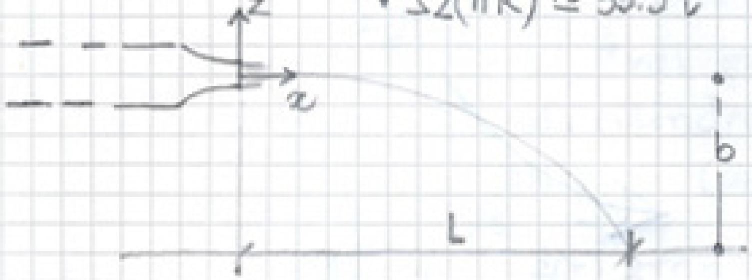
z) $S_{fz} + G_z = 0$

$(\downarrow)$ $S_{sz} = -\gamma \underbrace{V_s}_{\Omega(\pi R) \simeq 33.3\ \ell} = -327\ N$



$S_s =$ 1.16 kN

$\theta =$ 16°.4



$x = v_c t$

$z = -\frac{1}{2}gt^2$

$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_c}\right)^2$

Essendo $z(L) = -b$, da $-b = -\frac{1}{2}g\frac{L}{v_c^2}$ si ottiene:

$$L = \sqrt{\frac{2v_c^2}{g}b} \simeq 7.27\ m$$

Incrementando L del 50% si ottiene : $L_N = 1.5L =$ 10.9 m

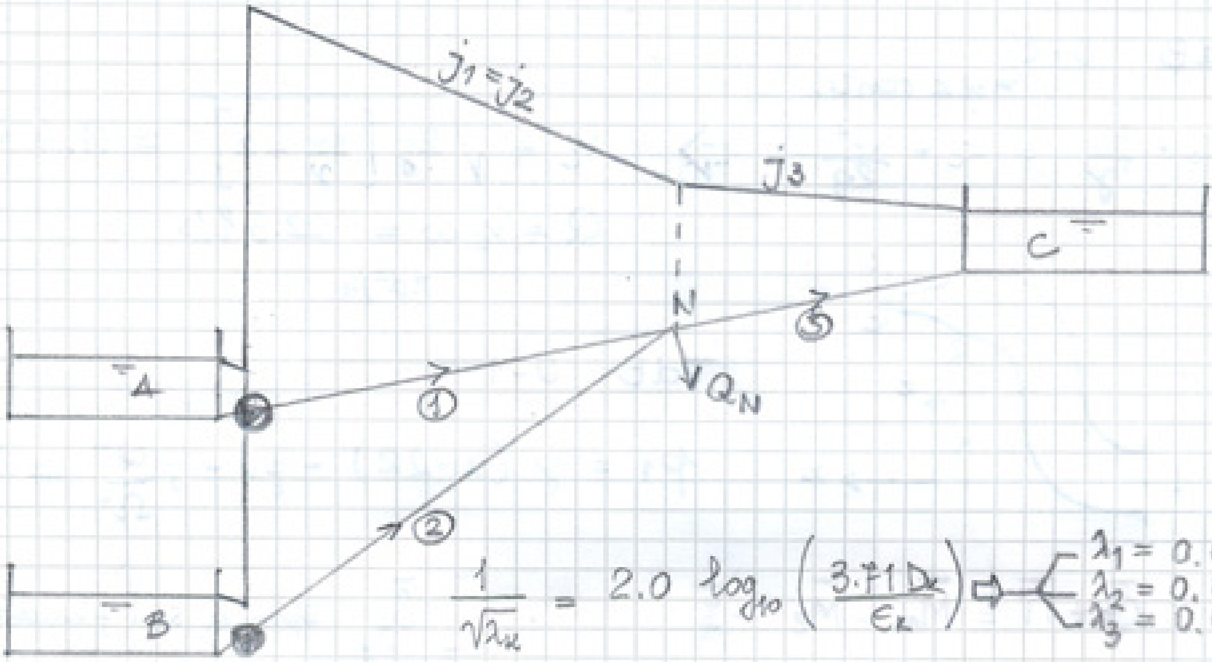
con v_N nuova velocità, necessaria per ottenere L_N:

$$v_N = \sqrt{\frac{gL_N^2}{2b}} \simeq 17.1\ m/s$$

Da un bilancio analogo a quello iniziale (*):

$z_N + \frac{p_N}{\gamma} = z_c + \frac{v_N^2}{2g} \Rightarrow p_N = \gamma(-a) + \rho\frac{v_N^2}{2}$

$p_N = 130.9\ kPa$



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} = 2.0 \log_{10}\left(\frac{3.71 D_k}{\epsilon_k}\right) \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.0284 \\ \lambda_2 = 0.0253 \\ \lambda_3 = 0.0234 \end{cases}$$

$$r_k = \frac{8 \lambda_k L_k}{g \pi^2 D^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 \simeq 9.39 \cdot 10^5 \ m^{-5} s^2 \\ r_2 = 1.65 \cdot 10^5 \ \text{"} \ \text{"} \\ r_3 = 1.81 \cdot 10^4 \ \text{"} \ \text{"} \end{cases}$$

$$\boxed{j_k = \frac{r_k Q_k^2}{L_k}}$$

NB $j_1 = j_2$

$$\begin{cases} (i) & \Delta H_1 = (h_N - z_A) + r_1 Q_1^2 \\ (ii) & \Delta H_2 = (h_N - z_B) + r_2 Q_2^2 \\ (iii) & h_N - z_C = r_3 Q_3^2 \\ (iv) & Q_1 + Q_2 = Q_N + Q_3 \\ (v) & \dfrac{r_1 Q_1^2}{L_1} = \dfrac{r_2 Q_2^2}{L_2} \end{cases}$$

$$iii) \Rightarrow \quad h_N = z_C + r_3 Q_3^2 \quad \Rightarrow h_N = 355.9 \ m$$

$$v) \Rightarrow \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1} \frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = 0{,}343$$

$$(iv) \left(\sqrt{\frac{r_2}{r_1}\frac{L_1}{L_2}} + 1\right) Q_2 = Q_N + Q_3 \Longrightarrow Q_2 = \frac{Q_N + Q_3}{\sqrt{\frac{r_2}{r_1}\frac{L_1}{L_2}} + 1} = 19{,}4 \ l/s$$

$$Q_1 = 6.63 \ l/s$$

$$(i) \quad \Delta H_1 = 117.2 \ m$$

$$(ii) \quad \Delta H_2 = 197.9 \ m$$

$$P_1 = \frac{\gamma Q_1 \Delta H_1}{\eta_1} = 9.30 \ kW \ ; \ P_2 = \frac{\gamma Q_2 \Delta H_2}{\eta_2} = 45.8 \ kW$$