Prova Scritta

Esercizio n°1

In una stazione meteo posta alla quota z_1= 0 m s.l.m. è misurata una temperatura dell'aria di 20°C, una pressione atmosferica pari a 101.3 kPa e una umidità relativa del 40%. Calcolare la pressione di vapore, l'umidità specifica e la densità dell'aria alla quota z_2=1000 m s.l.m. se il tasso di variazione della temperatura con la quota è pari a 8 °C/km.

Esercizio n°2

L'idrogramma unitario di un bacino definito su di un intervallo temporale Δt=10 minuti ha una forma triangolare con valore massimo pari a 90 m^3/s a 30 minuti e durata totale pari a 80 minuti.
Calcolare e disegnare l'idrogramma alla sezione di chiusura del bacino per un evento di precipitazione in cui sono caduti 20 mm di pioggia nei primi 10 minuti e 10 mm nei successivi 10 minuti assumendo un coefficiente di perdita Φ=12 mm/h e un deflusso di base pari a 5 m^3/s.

Esercizio n°3

Alla sezione di chiusura di un bacino sono state registrate le seguenti portate massime annue. Assumendo di adottare una distribuzione di Gumbel determinare la portata decennale. Valutare inoltre mediante il test del χ^2 l'adattamento della distribuzione al campione di dati.

Anno	Q [m^3/s]	*Anno*	Q [m^3/s]
1971	69.2	*1986*	160
1972	66.5	*1987*	214
1973	42.7	*1988*	87.3
1974	69.9	*1989*	80.6
1975	90.8	*1990*	66.8
1976	50.1	*1991*	50.1
1977	191	*1992*	48.2
1978	74.1	*1993*	42
1979	49.2	*1994*	72
1980	160	*1995*	63.7
1981	85	*1996*	68.8
1982	54	*1997*	113
1983	32.8	*1998*	57.8
1984	111	*1999*	58.8
1985	81.7	*2000*	77.3

Esercizio n°1

In una stazione meteo posta alla quota z_1= 0 m s.l.m. è misurata una temperatura dell'aria di 20°C, una pressione atmosferica pari a 101.3 kPa e una umidità relativa del 40%. Calcolare la pressione di vapore, l'umidità specifica e la densità dell'aria alla quota z_2=1000 m s.l.m. se il tasso di variazione della temperatura con la quota è pari a 8 °C/km.

Soluzione

A z_2 la temperatura è:

$$T_2 = T_1 - \alpha(z_2 - z_1) = 20 - 8 \cdot 10^{-3}(1000 - 0) = 12 \text{ °C} = 285 \text{ °K}$$

La pressione di vapor saturo a T_2 è:

$$e_s = 611 \exp\left(\frac{17.27 \cdot T_2}{17.27 + T_2}\right) = 611 \exp\left(\frac{17.27 \cdot 12}{17.27 + 12}\right) = 1403 \ Pa$$

Essendo l'umidità relativa R_h=40%, la pressione di vapore è:

$$e = e_s \cdot R_h = 1403 \cdot 0.4 = 561 \ Pa$$

L'umidità specifica è:

$$q_v = 0.622 \frac{e}{P_2}$$

dove P_2 è la pressione a z_2 ovvero

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{g/\alpha R_a}$$

Con α=8 °C/km e

R_a=287(1+0.608 q_v)

Essendo R_a funzione di q_v (incognito) si può in prima battuta assumere un valore di R_a calcolato con q_v valutato a fronte della P_1, salvo poi verificarne, ed eventualmente correggere a posteriori, il valore.

Quindi se si assume

R_a=287(1+0.608 q_v)= 287(1+0.608 ·0.0034)= 287.6 J/Kg°K

essendo in prima battuta

$$q_v = 0.622\frac{e}{P_1} = 0.622\frac{561}{101300} = 0.0034$$

allora

$$P_2 = P_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{g/\alpha R_a} = 101300\left(\frac{285}{293_1}\right)^{9.81/8\cdot10^{-3}\cdot 287.6} = 90022\ Pa$$

E l’umidità specifica sarebbe:

$$q_v = 0.622\frac{e}{P_2} = 0.622\frac{561}{90022} = 0.0039$$

A questo punto si ricalcala e si verifica il valore di R_a:

R_a=287(1+0.608 q_v)= 287(1+0.608 ·0.0039)= 287.7 J/Kg°K

E’ molto vicino al valore ipotizzato per cui potrei accettare il risultato.

Iterando infatti otterrei:

$$P_2 = P_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{g/\alpha R_a} = 101300\left(\frac{285}{293}\right)^{9.81/8\cdot10^{-3}\cdot 287.7} = 90025\ Pa$$

da cui

$$q_v = 0.622\frac{e}{P_2} = 0.622\frac{561}{90025} = 0.0039$$

La densità dell’aria è data dalla legge dei gas ideali:

$$\rho_a = \frac{P}{R_a T} = \frac{90025}{287.7\cdot 285} = 1.1\ kg/m^3$$

Esercizio n°2

L'idrogramma unitario di un bacino definito su di un intervallo temporale Δt=10 minuti ha una forma triangolare con valore massimo pari a 90 m^3/s a 30 minuti e durata totale pari a 80 minuti.

Calcolare e disegnare l'idrogramma alla sezione di chiusura del bacino per un evento di precipitazione in cui sono caduti 20 mm di pioggia nei primi 10 minuti e 10 mm nei successivi 10 minuti assumendo un coefficiente di perdita Φ=12 mm/h e un deflusso di base pari a 5 m^3/s.

Soluzione

L'idrogramma unitario definito su Δt=10 minuti è il seguente:

t [min]	*UH [m3/s/cm]*
0	0
10	30
20	60
30	90
40	70
50	50
60	30
70	10
80	0

Essendo le perdite pari a Φ=12 mm/h, ovvero pari a 2 mm in ogni Δt=10 minuti, la pioggia netta è pari a P_1=18 mm nel primo intervallo temporale e P_2=8 mm nel secondo.

I deflussi diretti saranno quindi:

$Q_1=P_1 \cdot U_1=1.8 \cdot 30=54$ m^3/s

$Q_2=P_1 \cdot U_2+ P_2 \cdot U_1=1.8 \cdot 60 + 0.8 \cdot 30 = 132$ m^3/s

$Q_3=P_1 \cdot U_3+ P_2 \cdot U_2= 1.8 \cdot 90 + 0.8 \cdot 60 = 210$ m^3/s

etc.

Tutti i valori del deflusso diretto sono riportati nella tabella sottostante.

I deflussi totali sono dati dalla somma, in ciascun intervallo temporale, del deflusso diretto e del deflusso di base. I Valori sono riportati in tabella e graficati nella figura sottostante.

Infine, per quanto concerne il calcolo dell'area del bacino si avrebbe:

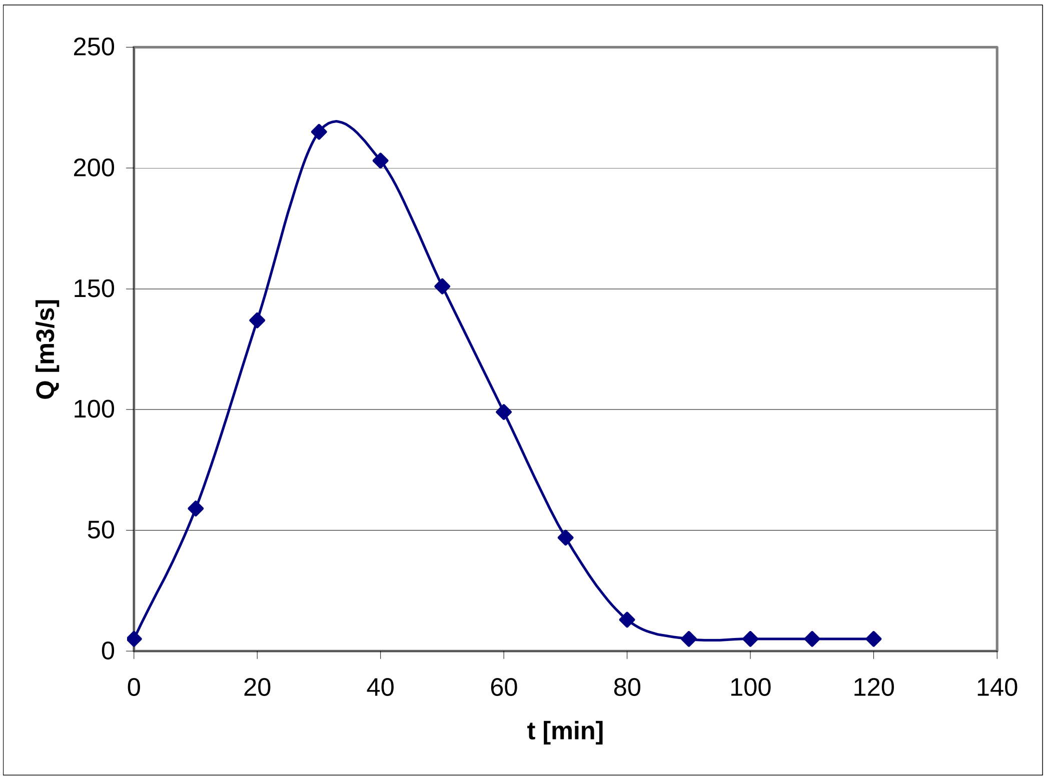
$$\sum UH \cdot \Delta t = (30+60+90+....+10) \cdot 60 \cdot 10 = 204000\ m^3/cm$$

Quindi

A=204000/0.01=20400000 m^2 ovvero 20.4 km^2

Prova Scritta

t [min]	UH [m3/s/cm]	P [mm]	Pnetta [mm]	Q dir [m3/s]	Qbase [m3/s]	Q tot [m3/s]
0	0			0	5	5
10	30	20	18	54	5	59
20	60	10	8	132	5	137
30	90			210	5	215
40	70			198	5	203
50	50			146	5	151
60	30			94	5	99
70	10			42	5	47
80	0			8	5	13
90				0	5	5
100				0	5	5
110				0	5	5
120				0	5	5



Esercizio n°3

Alla sezione di chiusura di un bacino sono state registrate le seguenti portate massime annue. Assumendo di adottare una distribuzione di Gumbel determinare la portata decennale. Valutare inoltre mediante il test del χ^2 l'adattamento della distribuzione al campione di dati.

Anno	Q [m^3/s]	*Anno*	Q [m^3/s]
1971	69.2	*1986*	160
1972	66.5	*1987*	214
1973	42.7	*1988*	87.3
1974	69.9	*1989*	80.6
1975	90.8	*1990*	66.8
1976	50.1	*1991*	50.1
1977	191	*1992*	48.2
1978	74.1	*1993*	42
1979	49.2	*1994*	72
1980	160	*1995*	63.7
1981	85	*1996*	68.8
1982	54	*1997*	113
1983	32.8	*1998*	57.8
1984	111	*1999*	58.8
1985	81.7	*2000*	77.3

Soluzione

Sulla base del campione di dati, mediante il metodo dei momenti si stimano i parametri della distribuzione di Gumbel:

$$F_x(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x-u)}{\alpha}\right]\right\};$$

$$\sigma^2 = 1.645\alpha^2;$$

$$\mu = u + 0.5772\alpha;$$

essendo

$\hat{\mu} = 82.9$ m^3/s

$\hat{\sigma}^2 = 1950.6$ m^6/s^2

da cui

u=63.1, α=34.43.

La portata di assegnato tempo di ritorno T=10 anni sarà:

$$Q_{T=10} = u - \alpha \ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{10}\right)\right) = 140.6 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Per valutare l'adattamento della distribuzione di probabilità assumo k=5 classi equiprobabili (p_i=0.2), ovvero:

F	***Q***
0	-inf
0.2	46.68
0.4	66.08
0.6	86.20
0.8	114.72
1	inf

Essendo il numero totale di osservazioni pari N=30, il numero atteso di osservazioni per ogni classe sarebbe pari a $N\,p_i$ = 6.

Il numero n_i effettivo di osservazioni che ricade in ciascuna classe è:

32.8	
42	
42.7	3
48.2	
49.2	
50.1	
50.1	
54	
57.8	
58.8	
63.7	8
66.5	
66.8	
68.8	
69.2	
69.9	
72	
74.1	
77.3	
80.6	
81.7	
85	11
87.3	
90.8	
111	
113	4
160	
160	
191	
214	4

Cui corrisponde

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{5} \frac{\left(n_i - Np_i\right)^2}{Np_i} = 7.67$$

Livello di significatività α=0.10

Dalle tabelle della distribuzione χ^2 ottengo

$$\chi^2_{5-2-1,0.1} = 4.6$$

Per cui essendo 7.67>4.6 non posso accettare H_0 al livello di significatività α=0.10