nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Studia il comportamento delle seguenti serie: $A := \sum_{n=100}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{2^n}$, $B := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)}{n\sqrt{n}}$

2. Calcola il $\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x}-1}{\log(1-2x)}$.

3. Sia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione definita da: $f := x^3 + e^{2x} - 5$. Stabilisci se la funzione è invertibile in $\mathbb{R}$ e in caso affermativo, indicata con g la sua funzione inversa, rappresenta il grafico $y = g(f(x))$.

4. Calcola $\int_1^{e^3} \frac{\log x}{x(\log x + 1)} dx$ (Possibile suggerimento: porre $\log x = t$).

5. Sia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione che presenta le seguenti caratteristiche:
   la sua derivata seconda è: $f''(x) = \cos(2x)$
   la tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ è parallelo all'asse delle ascisse
   il grafico di f passa per l'origine.
   Determina l'espressione analitica di f .

6. Scrivi il polinomio di MacLaurin di ordine 2 : $T_2(x)$ che approssima la funzione $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.

7. Determina nel campo dei numeri complessi le radici cubiche di $\frac{1-i}{1+i}$. Esprimi le radici trovate in forma algebrica e rappresentale nel piano.

8. Verifica che se z è un numero complesso il cui modulo $|z| = 1$, allora $(z-1)(\bar{z}+1)$ è un numero immaginario puro (cioè la sua parte reale è uguale a zero).

9. **NO a.a. 2016- 17.** Determina il raggio di convergenza e gli intervalli di convergenza assoluta e puntuale della serie: $C := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{n^2} + n^2} (x-1)^n$.

10. Enuncia il teorema di Lagrange e stabilisci, giustificando adeguatamente, se la funzione $f(x) := \sqrt{2x - x^2}$ soddisfa le condizioni del teorema nell'intervallo $[0,1]$. In caso affermativo trova i punti / il punto che soddisfano / soddisfa il teorema.