

1. Studia la convergenza delle serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(nx)}{3n^3 + 5n} + \frac{\cos(nx)}{n^4 + 7} \right]$
2. Calcola il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x(\sin x)^3}$
3. Rappresenta il grafico della funzione $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 2}$ e determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di flesso.
4. Risolvi nel campo dei numeri complessi l'equazione $z^5 + iz^2 = 0$, $z \in \mathbb{C}$ e rappresenta le soluzioni trovate.
5. Calcola il seguente integrale: $\int_0^{+\infty} x^3 e^{1-x^2} dx$.
6. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione che presenta le seguenti caratteristiche: la sua derivata seconda è: $f''(x) = \sin(3x) + 1$, la tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ è parallelo alla retta $(\pi + 1)x - 3y = 0$ e il grafico di f passa per l'origine. Determina l'espressione analitica di f .
7. Spiega perché la funzione $f(x) = x \cdot (\log x)^2$ è invertibile in $(1, +\infty)$. In questo intervallo di invertibilità indica con g la funzione inversa. Calcola $g'(4e^2)$.
8. Considera la funzione $f(x) = \int_0^{2x} \cos(t^2) dt$ e calcola $f'(x)$. Utilizza questo risultato per calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - f(x)}{x^5}.$$