

1. Risolvi in  $\mathbb{C}$  la seguente equazione:  $2iz^2 + 3\bar{z} + 5i = 0$
2. Rappresenta la curva  $y = \arctan(1 - |x|)$ , stabilisci la natura del punto  $x_0 = 0$ . Determina l'area della regione finita di piano situata nel primo quadrante e racchiusa tra la curva e la retta tangente alla curva nel suo punto di flesso di ascissa positiva.
3. Dimostra che la funzione  $f(x) = \log(2-x) - \log(x+1)$  è invertibile nel suo dominio e rappresenta sommariamente il grafico di  $y = f(x)$ . Scrivi l'equazione della sua funzione inversa e deduci il suo grafico.

4. Calcola il seguente limite: 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-x^2} - \sin x + \frac{5}{6}x^3}{(x+2x^2)^2 \log^3\left(1 + \frac{x}{2}\right)}.$$

5. Studia il carattere della seguente serie numerica:  $\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(\frac{n^3+1}{n^3-3n}\right) \cdot \log n.$

Calcola la somma  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n (2n)!}.$

6. Considera la parabola di equazione  $y = ax^2 + 2x$ , determina  $a \in \mathbb{R}$  in modo che sia concava e che l'area della regione finita di piano delimitata da essa e dalla bisettrice del primo e terzo quadrante sia  $\frac{1}{6}$ .

7. Considera la successione così definita:  $a_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1} dx$ , con  $n \geq 1$ . Calcola  $a_1, a_2, a_3$ . Dimostra che è

decescente. Dimostra che  $\frac{x^n}{2} \leq \frac{x^n}{x^2+1} \leq x^n$ ,  $\forall x \in [0,1]$  e quindi deduci che  $\frac{1}{2(n+1)} \leq a_n \leq \frac{1}{n+1}$ ,

$\forall n \geq 1$ . Stabilisci infine se la successione è convergente e, in caso affermativo, determina il valore del limite della successione.

8. Risolvi il seguente problema di Cauchy: 
$$\begin{cases} 4y'' - 4y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$