Analisi Matematica 1 - Ing. Elettronica e Informatica - (Lorenzetti) - 21.12.2016

nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile i passaggi che esegui. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).
Durata della prova 2 ore e trenta minuti.

1. Studia la convergenza delle seguenti serie:

a. $\displaystyle\sum_{n=100}^{\infty} \frac{3^{3n} \cdot n!}{(2n+1)!}$ b. $\displaystyle\sum_{n=5}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{2n}} - 1}{3n+4}$

2. Calcola i seguenti limiti: a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 4}\right)^{x+\log x}$ b. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1 - e^{x^2} + x\sin x}{x^2 \sin\left(x^2\right)}$

3. Determina per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$ l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{arctgx}{x^{\alpha}} dx$ converge.

4. Risolvi nel campo complesso l'equazione $(z-i)^3 = \dfrac{1-i}{1+i}$.

5. Considera la funzione $f(x) = arctg\left(\dfrac{1}{x}\right) + arctg\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ e calcola la derivata. E' possibile affermare che la funzione è costante? Giustifica la tua affermazione.

6. Considera la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ con $x \in [0;2]$. Spiega perché non si può applicare il teorema di Lagrange alla $f(x)$, relativamente all'intervallo $[0;2]$. Fai vedere con un calcolo diretto che la tesi del teorema rimane valida. Rappresenta nell'intervallo sopra indicato e fornisci una interpretazione geometrica.

7. Determina lo sviluppo di McLaurin arrestato all'ordine 3 della funzione $f(x) = e^{2x} - 1 - \log(1+2x) - 4x^2$ e stabilisci la natura del punto $x_0 = 0$ (massimo, minimo relativo, flesso .....). Rappresenta la funzione in un intorno di $x_0 = 0$.

8. Calcola l'area della regione di piano contenuta nel semipiano $y \geq 0$ e compresa tra i grafici delle funzioni $f(x) = \log(1+x)$ e $g(x) = \log(3-2x)$ per $x \in [0;1]$. Rappresenta con un disegno.