nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte spiegando in modo chiaro e leggibile i passaggi che esegui. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di consegnare al termine dell'esame tutti i fogli di bella copia (compresi il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato). Durata della prova: 3 ore. Con $\log x$ *si intende* $\ln x$

1. Rappresenta la funzione $f(x)=\sqrt[3]{4-x^2}$ specificando la natura dei punti nei quali la curva $y=f(x)$ incontra l'asse delle ascisse (non è richiesto lo studio della derivata seconda). Spiega in modo esauriente perché NON si può applicare il teorema di Lagrange alla funzione $f(x)$ in $[0,4]$. Puoi dedurre che sicuramente non esiste alcun punto che soddisfa la tesi del teorema? Giustifica la tua risposta.

2. Determina i punti di massimo e di minimo relativi della funzione $f(x)=\int_0^{x^2+8x} arctg(2t)\,dt$ e l'equazione della retta tangente alla $y=f(x)$ nel suo punto di ascissa 0.

3. Discuti al variare del parametro reale $\alpha>0$ il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\alpha\cdot n+2}{3n+1}\right)^n$.

4. Calcola il seguente limite $\lim_{x\to 0}\left(1+\sin(5x)\right)^{\frac{\cos(5x)}{x}}$.

5. Risolvi in $\mathbb{C}$ la seguente equazione $\frac{(z+2)^4}{8}+1+i\sqrt{3}=0$ ed esprimi il risultato in forma algebrica. Rappresenta le soluzioni nel piano di Gauss.

6. Rappresenta la curva di equazione $y=\frac{\pi}{2}-\operatorname{ar}\cos|x|$, specifica la natura del punto di ascissa 0 (continuità, derivabilità, punto di massimo relativo o assoluto, punto di minimo relativo o assoluto,....). Determina l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva e dall'asse delle ascisse.

7. Determina $\lambda\in\mathbb{C}$ tale che $z_0=i$ sia radice del polinomio
$$P(z)=z^4-2z^3+\lambda z^2-2z+2\,,\,z\in\mathbb{C}\,.$$
Per tale valore determina tutte le soluzioni dell'equazione $P(z)=0$.

8. Determina la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy, specificandone l'intervallo massimale di esistenza
$$\begin{cases} y'=\dfrac{y^2}{x-2} \\ y(1)=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$$