1. Sia $f(x)=\sqrt{x}-1$. Stabilisci giustificando opportunamente se alla funzione $f(x)$ possiamo applicare il teorema di Lagrange nell'intervallo $[0,2]$. Se si può, determina le coordinate del punto (o dei punti) che soddisfa (soddisfano) il teorema.

2. Calcola il $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\sin(x^2)\cdot(e^{2x}-1)}{(1-\cos x)^2}$.

3. Considera la funzione: $f(x)=\left|1-\left|\log(x)\right|\right|$; in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy rappresenta la curva di equazione $y=f(x)$ giustificando adeguatamente tutti i passaggi eseguiti. Individua, se esistono, i punti di discontinuità e/o di non derivabilità, specificandone la natura (dire, cioè, se si tratta di punti angolosi, di cuspide, di flesso a tangente verticale, di discontinuità ...).

4. $g(x):=x^{\frac{4}{3}}\log|x|+\left|\log\left(x^2+\dfrac{3}{4}\right)\right|$ spiega, giustificando tutti i passaggi per il calcolo del limite, se la funzione è prolungabile con continuità in $x_0=0$.

5. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione definita da: $f:=x^3+e^{2x}-5$. Stabilisci se la funzione è invertibile in $\mathbb{R}$ e in caso affermativo, indicata con g la sua funzione inversa, rappresenta il grafico $y=g(f(x))$.

6. Calcola il $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\log(1-2x)}$.

7. Enuncia il teorema di Lagrange e stabilisci, giustificando adeguatamente, se la funzione $f(x):=\sqrt{2x-x^2}$ soddisfa le condizioni del teorema nell'intervallo $[0,1]$. In caso affermativo trova i punti / il punto che soddisfano / soddisfa il teorema.

8. Rappresenta sommariamente il grafico della funzione $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{-x}+2}$ e determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di ascissa $x=1$.

9. Considera la funzione $f(x)=x\cdot e^{-\frac{1}{x}}$. Spiega perché la funzione è invertibile nell'intervallo $(0,+\infty)$. Detta $g(y)$ la funzione inversa relativamente all'intervallo considerato, calcola $g'\left(\dfrac{2}{\sqrt{e}}\right)$.

10. Considera la funzione $f\left(x\right)=x\cdot e^{-x}$, disegna il grafico giustificando tutti i passaggi eseguiti ed individua gli intervalli di invertibilità. Stabilisci se la funzione è invertibile in $O=\left(0,0\right)$ e in caso affermativo calcola la derivata della funzione inversa in tale punto.

11. Considera la funzione $f\left(x\right)=arctg\left(\frac{1}{x}\right)+arctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ e calcola la derivata. E' possibile affermare che la funzione è costante? Rappresenta la funzione.

12. Stabilisci se le funzioni $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2\log x; x>0\\ e^x-1; x\le 0\end{cases}$ e $g\left(x\right)=\begin{cases}x^2\sin x; x>0\\ 0; x=0\\ e^{\frac{1}{x}}; x<0\end{cases}$ sono derivabile in $x=0$

13. Calcola la velocità (o tasso) di variazione del volume di una sfera rispetto al suo raggio.

14. Un contenitore cilindrico con raggio di base $R=1m$ e altezza $3m$ è pieno d'acqua. Da un rubinetto posto in prossimità del fondo vengono prelevati 10 litri di acqua al minuto. Determina con quale velocità l'altezza dell'acqua nel cilindro decresce.

15. In un triangolo isoscele ABC di base $AB=3cm$ il vertice C si muove perpendicolarmente alla base in modo che l'area del triangolo cresca alla velocità di $4cm^2/s$. A quale velocità cresce l'altezza CH ? E il lato CB ?