

1. Determina tutte le soluzioni in campo complesso delle equazioni:

$$z^3 + \left( \frac{1+i}{1-i\sqrt{3}} \right)^{12} = 0 \quad \left( \frac{\bar{z}-i}{z+i} \right)^4 = 16$$

2. Determina due numeri complessi  $\omega_1, \omega_2$  in modo che l'equazione  $\omega_1 z^2 + \omega_2 z + i = 0$  abbia come soluzioni

$$z = 3 + i; z = \frac{1}{2+i}$$

3. Determina le radici cubiche in campo complesso di

$$(2+3i)^2 - \frac{e^{2\pi i} + 9e^{-\frac{\pi}{2}i}}{e^{\pi i} + e^{\frac{\pi}{2}i}}$$

4. Determina tutti i numeri complessi che sono uguali al complesso coniugato del proprio quadrato e rappresentali graficamente nel piano complesso.

5. Scrivi in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi ( $z = x + iy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ )

$$e^z$$

$$e^{\bar{z}}$$

$$ie^z \quad \text{dove } z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$$

$$e^{2z+3i}$$

$$e^{-iz}$$

6. Calcola la parte reale del numero complesso:  $\frac{1}{2+i} e^{(3-i)x}$

7. Calcola la parte immaginaria del numero complesso:  $(5+2i)e^{-3x+2ix}$

8. Calcola nel campo complesso i logaritmi di:  $-1; 1+i\sqrt{3}$

9. Risolvi le equazioni:  $e^{iz} = ie^z; z = x + iy$

10. Disegna nel piano complesso i seguenti insiemi:

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| \leq 2; 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{3} \right\}$$

$$B = \left\{ \omega \in \mathbb{C} : \omega = z^3; z \in A \right\}$$

$$C = \left\{ v \in \mathbb{C} : v = \sqrt[4]{z}; z \in A \right\}$$

11. Disegna nel piano complesso i seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z|^2 - 5|z| + 6 \leq 0\}$$

$$B = \{\omega \in \mathbb{C} : \omega = z - i, z \in A\}$$

$$C = \{v \in \mathbb{C} : v = \omega \cdot i, \omega \in B\}$$

12. Disegna nel piano complesso i seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1\}$$

$$B = \{\omega \in \mathbb{C} : \omega = (1+i) \cdot z; z \in A\}$$

13. Nel piano complesso calcola l'area del poligono avente per vertici le soluzioni dell'equazione

$$z^6 = 32\sqrt{2}(\sqrt{3} + i).$$

14. Nel piano complesso calcola il perimetro e l'area del poligono avente per vertici le soluzioni dell'equazione

$$z^4 = 8(1 - i\sqrt{3}).$$

15. Scomporre il polinomio  $x^4 + 1 = 0$

16. Quali sono le soluzioni dell'equazione  $z^n + z^{n-1} + \dots + z + 1 = 0$ ?

17. Utilizzando il principio di induzione dimostrare che  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = (\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$

18. L'equazione  $\alpha z^2 + \beta z - 2i = 0$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  ha soluzioni:  $z_1 = 2 + i$  e  $z_2 = \frac{1}{2i}$ . Determina  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$

19. Determina le radici cubiche di  $(1+i)^3$  e rappresenta nel piano complesso

20. Risolvi l'equazione  $(z+i)^3 = \frac{1-i}{1+i}$ .