

Studia il carattere delle seguenti serie:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(nx)}{3n^3 + 5n} + \frac{\cos(nx)}{n^4 + 7} \right] & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n - \log n} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n - \sqrt{n}}{n+1} \\ & \sum_{n=100}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{2^n}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)}{n\sqrt{n}} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n + \sin(n)}{1+n^2} \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2e^{-n}} & \sum_{n=4}^{\infty} \frac{(n-3)^n}{n^{n+1}} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot 3^{n+1}}{n!} & \sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \log \frac{n-2}{n+1} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{3n} \cdot n!}{(2n+1)!} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \log \left( \frac{n+1}{n^2} \right) & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log(n+1)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( e^{\frac{2}{n}} - e^{\frac{1}{n}} \right) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \log \left( \frac{n^3+1}{n^3-3n} \right) \log n & \sum_{n=1}^{\infty} e^{\sin n} \left( \sin \frac{1}{n} + \sin \left( \frac{1}{e^n} \right) \right) & \sum_{n=1}^{\infty} e^{\sin n} \left( \sin \frac{1}{n} \right) \left( e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 \right) \cos n \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \sin n \cdot \sin \frac{1}{n} \left( \cos \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) & \sum_{n=45}^{\infty} \frac{5n + (-1)^n \cdot n^2 + \log^4 n}{2n^3} & \sum_{n=20}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n + \sin n}{n^2 \log n} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left[ (-1)^n \cdot \operatorname{arctg}(n) \cdot \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{n} \right) \right] & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\log(\log n)}{n} & \end{aligned}$$

Utilizzando la serie geometrica scrivere sotto forma di frazione i seguenti numeri decimali periodici:  
0.4 e 0.35

Determinare per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  la serie converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \log \left( \frac{n+2}{n+1} \right) \right]^{\alpha}, \text{ con } \alpha > 0$$

Calcola la somma delle seguenti serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^{2n}} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^{n+1}}{4^n}$$

Calcola la somma delle seguenti serie riconoscendole come serie di potenze notevole, calcolata in un punto particolare:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n e^{-3n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n (2n)!}$$

Calcola la somma della seguente serie in campo complesso e riscrivere la somma in forma algebrica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} (1+i)^n \quad \sum_{n=0}^{\infty} i^n \frac{(1+2i)^n}{3^{2n}}$$