

Simulazione N.1

1. Determina l'estremo superiore, l'estremo inferiore e, se esistono, il massimo e il minimo del seguente sottoinsieme di \mathbb{R} : $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = (-1)^n \cos \frac{1}{n}, n = 1, 2, 3, \dots \right\}$.

2. Risolvi nel campo dei numeri complessi la seguente equazione $\frac{3z + i\sqrt{3}}{z + 5} = z$, e scrivi il risultato in forma algebrica.

3. Nel piano complesso calcola il perimetro e l'area del poligono avente per vertici le soluzioni dell'equazione $z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

4. Nel piano riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali xOy rappresenta, giustificando i passaggi, il grafico di $y = f(x) = \log(1 + |x|) - 1$ e stabilisci la natura del punto $x = 0$. Calcola l'area delle regione finita di piano situata nel terzo e quarto quadrante delimitata dalla curva e dall'asse delle ascisse.

5. Studia il carattere della seguente serie numerica: $\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \log\left(\frac{n-2}{n+1}\right)$.

Calcola $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{2^n}$.

6. Calcola il seguente integrale definito $\int_0^{2\pi} e^{-2x} |\sin x| dx$.

7. Determina la soluzione dell'equazione differenziale $y' = xy^2 + x$ passante per l'origine. Precisa l'intorno dell'origine nel quale tale soluzione è definita.

8. Considera la funzione $f(x) = \frac{\sin x}{x} - \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$ e scrivi lo sviluppo di MacLaurin fino al primo termine

non nullo. Utilizzando il risultato trovato, calcola il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^4}$.