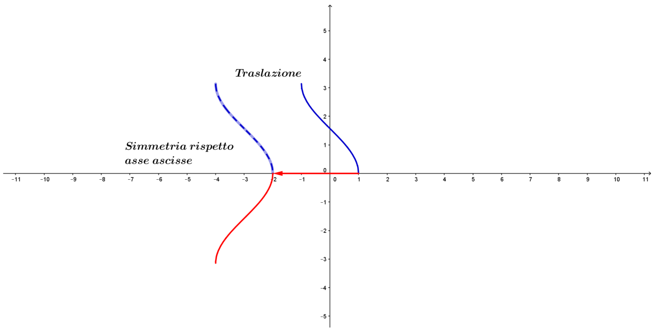
Soluzione degli esercizi non risolti in aula mercoledì 28 settembre ore 14.00 - 16.30
Con il temine "*dominio*" si intende il dominio naturale della funzione.

Rappresentare:

1. $y = -ar\cos(x+3) = f(x)$

Il grafico della funzione si ottiene traslando $y = ar\cos(x+3)$ di 3 unità verso sinistra $\vec{v} \equiv (-3,0)$ e quindi simmetrizzando il grafico rispetto all'asse delle ascisse.

Il dominio di $f(x)$ è: $[-4,-2]$
grafico:

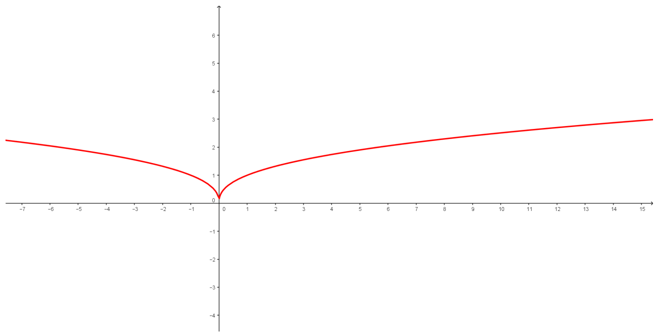


2. $y = x^{\frac{2}{5}} = f(x)$

Si tratta di una funzione potenza, il denominatore dell'esponente è dispari, quindi è definita in $\mathbb{R}$, il numeratore è pari e quindi il codominio è $[0,+\infty]$, maggiori proprietà della funzione saranno viste in seguito.

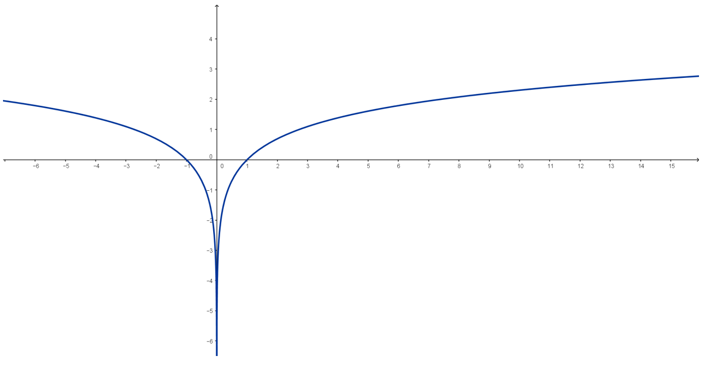
Il dominio: $\mathbb{R}$

Grafico:

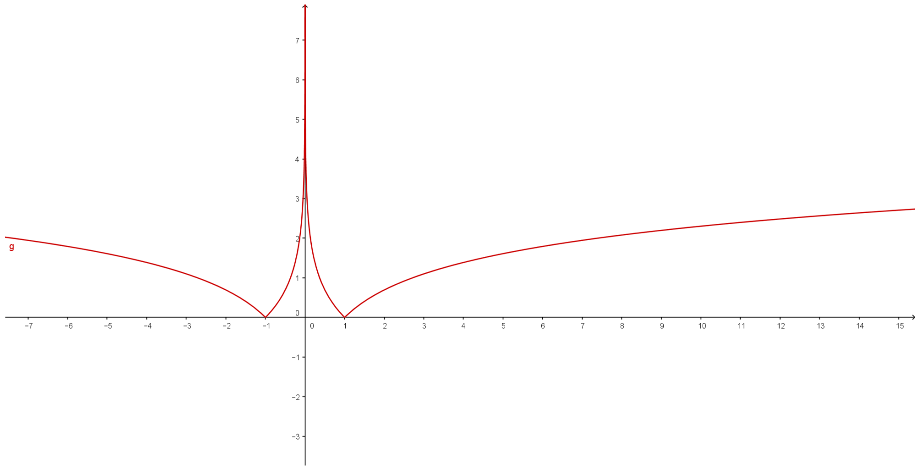


3. $y = \left|2 - \left|\log|x|\right|\right| = f(x)$, il dominio della funzione è: $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

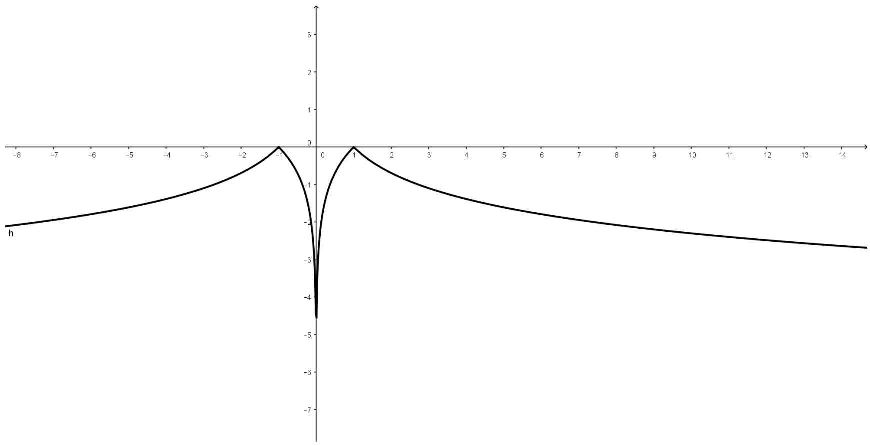
Ricordiamo che $f(|x|) = \begin{cases} f(x), x \geq 0 \\ f(-x), x < 0 \end{cases}$, quindi il grafico per $x < 0$, si ottiene simmetrizzando il grafico della funzione dove è $x \geq 0$ rispetto all'asse delle ordinate.
Quindi:
$y = \log|x|$, ha il seguente grafico:



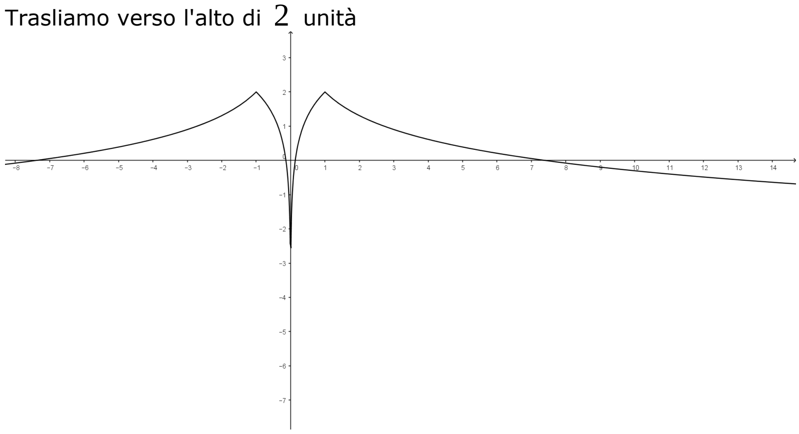
$y=\left|\log|x|\right|$ ha il seguente grafico (simmetria rispetto all'asse delle ascisse la parte del grafico dove $y<0$)



$y=-\left|\log|x|\right|$, simmetrizzando la curva precedente rispetto all'asse delle ascisse



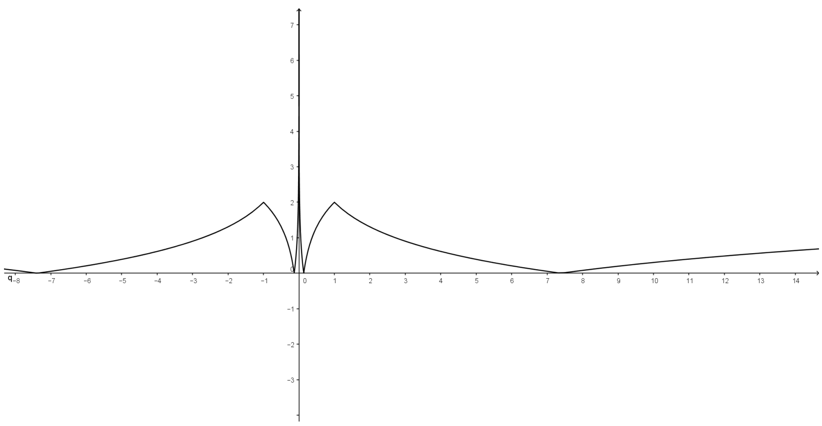
Trasliamo verso l'alto di 2 unità



Simmetrizziamo rispetto all'asse delle ascisse la parte del grafico dove $y<0$

La retta $x=0$ è asintoto verticale.

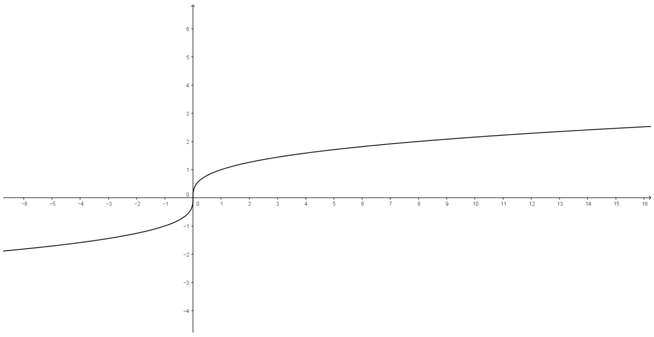
Grafico:



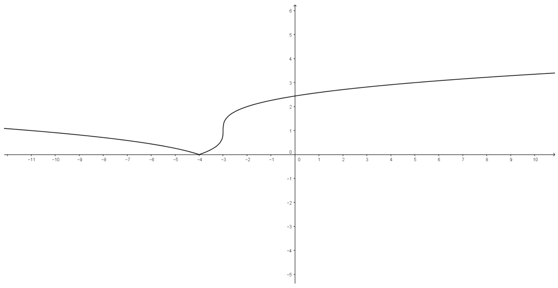
Soluzione parziale degli esercizi assegnati nella settimana 26 - 30 settembre 2016

4. $y=\left|\sqrt[3]{x+3}+1\right|$, dominio $\mathbb{R}$

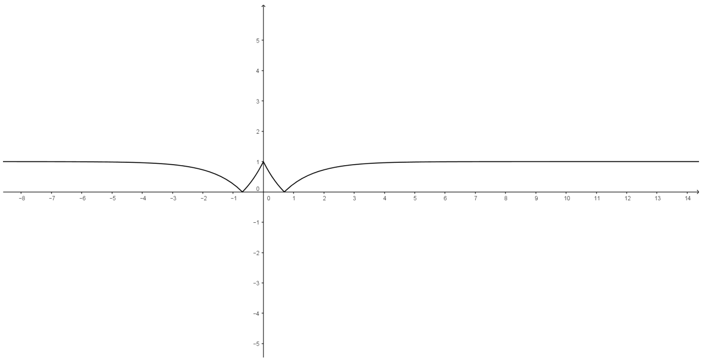
Procedendo analogamente a quanto fatto sopra, dalla curva $y=\sqrt[3]{x}$



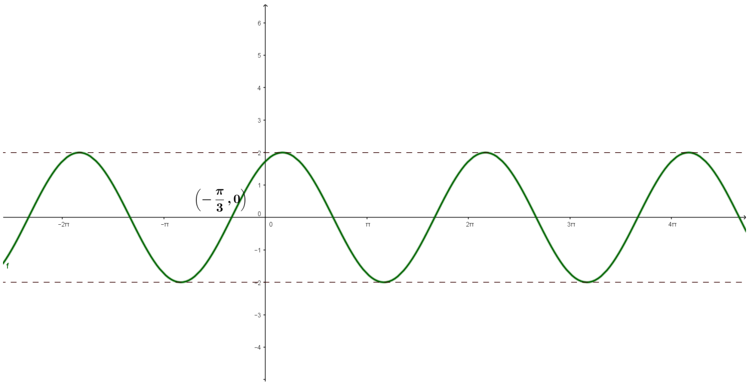
si deduce il grafico di $y=\left|\sqrt[3]{x+3}+1\right|$, dominio $\mathbb{R}$. Grafico:



5. $y=\left|2e^{-|x|}-1\right|$, dominio $\mathbb{R}$. Grafico:

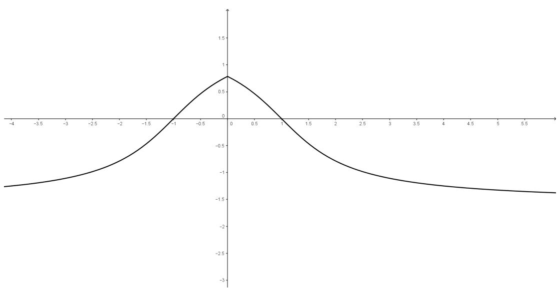


6. $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$, dominio $\mathbb{R}$. Grafico:

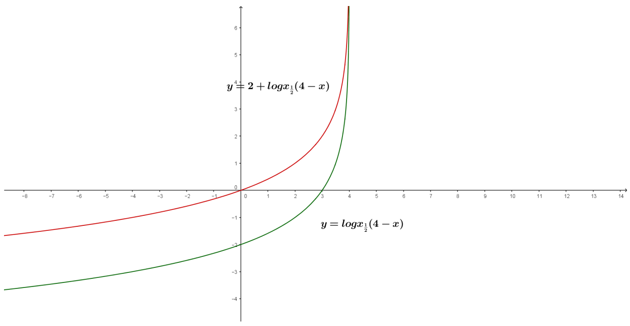


7. $y=arctg\left(1-|x|\right)=\begin{cases} arctg\left(1-x\right), x\geq 0 \\ arctg\left(1+x\right), x<0 \end{cases}$

Dominio $\mathbb{R}$, grafico:



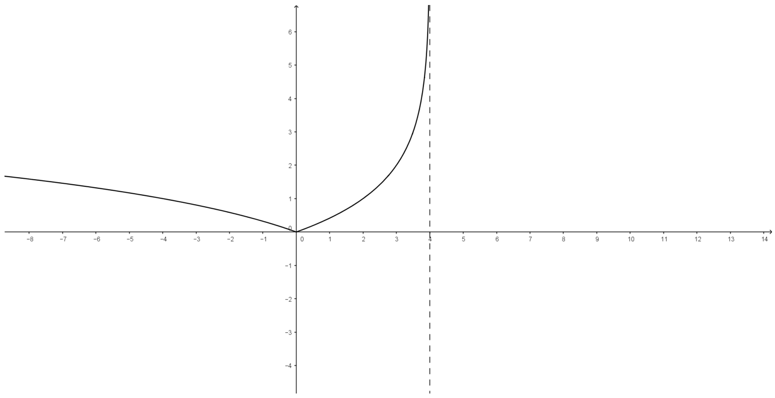
8. $y = \left| 2 + \log_{\frac{1}{2}} (4 - x) \right|$



Dominio: $\{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

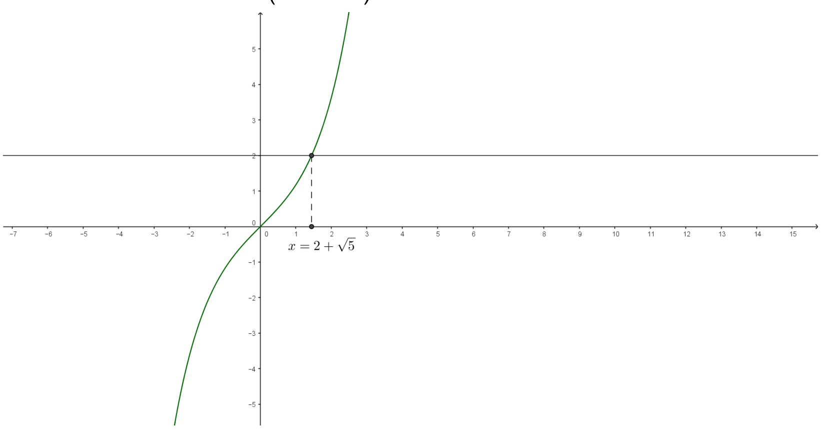
La retta $x = 4$ è asintoto verticale.

Grafico:



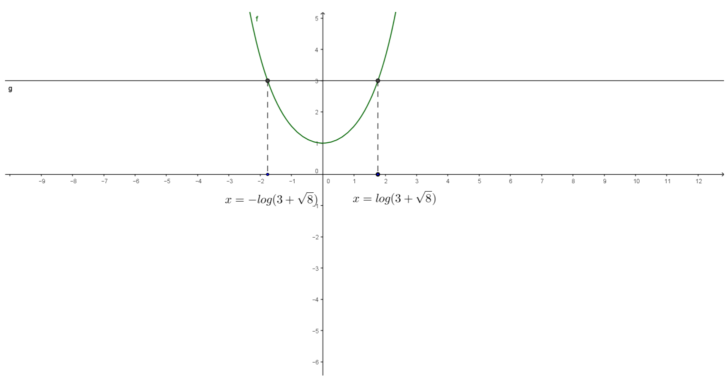
Risolvere: $Sh(x) = 2$ e $Ch(x) = 3$

$x = SettSh(2) = \log\left(2 + \sqrt{5}\right)$



$Ch(x) = 3$

$x = \pm SettCh(3) = \pm \log\left(3 + \sqrt{8}\right)$



Dimostrare che:
$Ch(x+y)=Chx\cdot Chy+Shx\cdot Shy$.

Dobbiamo verificare che è:

$$\frac{e^{x+y}+e^{-x-y}}{2}=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^{y}+e^{-y}}{2}+\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^{y}-e^{-y}}{2}$$

Operando sul secondo membro otteniamo:

$$\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^{y}+e^{-y}}{2}+\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^{y}-e^{-y}}{2}=$$
$$=\frac{e^{x+y}+e^{x-y}+e^{-x+y}+e^{-x-y}+e^{x+y}-e^{x-y}-e^{-x+y}+e^{-x-y}}{2}=$$
$$=\frac{2e^{x+y}+2e^{-x-y}}{2}=\frac{e^{x+y}+e^{-x-y}}{2}$$

Si deduce immediatamente che: $Ch(2x)=(Chx)^2+(Shx)^2$

Analogamente si dimostra che $Sh(x+y)=Shx\cdot Chy+Chx\cdot Shy$ e si deduce che $Sh(2x)=2Sh(x)Ch(x)$.