

Argomenti svolti da lunedì 12 a venerdì 16 ottobre 2015

13. Lunedì 12 ottobre

Intorni di un punto. Definizione topologica di limite di una funzione $f: I \setminus \{c\} \rightarrow \mathbb{R}$, I intervallo di \mathbb{R}^* e $c \in \mathbb{R}^*$.

Esame dei vari casi possibili e grafici. Verifica della correttezza del calcolo di un limite. Limite destro e limite sinistro. Limiti per eccesso e per difetto. Funzione di Heaviside e funzione segno. Risoluzione di esercizi.

14. Mercoledì 14 ottobre

Definizione successionale di limite. Non esiste il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x$. Asintoti di una funzione: determinazione dell'equazione di eventuali asintoti e grafici. Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo. Continuità destra e sinistra. Esempi di funzioni continue e non continue. Continuità delle funzioni elementari. Risoluzione di esercizi.

15. Venerdì 16 ottobre

Teoremi sui limiti (senza dimostrazioni): Unicità - Confronto e corollari 1-2, permanenza del segno 1-2 e permanenza del segno per funzioni continue. Cambiamento di variabile nel calcolo del limite: considerazioni sull'ipotesi $t_0 \neq g(x)$ definitivamente per $x \rightarrow c$, esame del caso $g(x) = 0$; $f(x) = [\cos x]$. Continuità delle funzioni composte di funzioni continue. Continuità delle funzioni $\sin x$ e $\cos x$ (dimostrazione). Limiti fondamentali dell'analisi:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (sarà dimostrato nella lezione di lunedì 19 ottobre) e $\lim_{x \rightarrow +\infty / -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, già introdotto nello studio delle successioni.

Calcolo dei seguenti limiti ed eventuali stime asintotiche: $\lim_{x \rightarrow +\infty / -\infty} P(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty / -\infty} \frac{N(x)}{D(x)}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha x)}{x}$,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty / -\infty} \left[x \cdot \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$, $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\log(1+x)}{x} \right]$,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.