

Analisi Matematica 1 - Ingegneria elettronica e informatica

Nome e cognome :

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio che ti viene consegnato (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi quelli di brutta copia, il testo del compito)

1. Considera la funzione $f(x) := |x|\sqrt{4-x^2}$

- Determina i punti di massimo e di minimo locale, e gli intervalli di concavità / convessità. Rappresenta il grafico della funzione.
- Studia il comportamento della funzione in $(0,0)$
- Calcola il valore medio di $f(x)$ nel suo dominio naturale

2. Nello sviluppo del quadrato del binomio $(2a^2 + 3b^3)^n$ compare il termine $1080a^4b^9$. Determina il valore di n

3. Calcola l'integrale definito $\int_{\frac{1}{e^2}}^{e^2} \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$ e dante il significato geometrico (rappresenta la curva nell'intervallo considerato)

scrivi una forma ricorsiva per il calcolo dell'integrale $I_{n,\alpha} = \int x^n e^{\alpha x} dx$ con $n \in \mathbb{N}, n \geq 1, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$

4. Dire, giustificando, se le due funzioni $f(x) = \sqrt{\frac{\log(5+x)}{\log(5-x)}}$ e $f(x) = \frac{\sqrt{\log(5+x)}}{\sqrt{\log(5-x)}}$ hanno lo stesso dominio naturale.

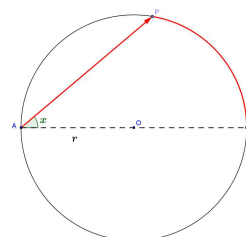
5. Prova che se $f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ è pari ed è derivabile, allora $f': [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ è dispari

6. Calcola il valore dei limiti della funzione:

$$g(x) := \frac{\sin(\arctan x) - \sin(e^x - 1)}{\arctan x (e^x - 1)}$$

per $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow 0$ e $x \rightarrow \infty$

7. Un ragazzo si trova nel punto A sulla riva di un lago circolare (perfettamente!) di raggio r km e vuole raggiungere il punto B diametralmente opposto. Egli può percorrere un primo tratto rettilineo on barca e un secondo tratto curvilineo a piedi, seguendo la sponda del lago. Sia x la misura in radianti dell'angolo formato dal segmento AP percorso in barca con il diametro AB . Supponendo che il ragazzo riesca a remare con una velocità costante di v_1 km/h e a camminare a velocità doppia



$v_2 = 2v_1$, quale angolo minimizza il tempo del suo tragitto?

8. Spiega cosa significa che una funzione è integrabile secondo Riemann su un intervallo $[a, b]$ e come si costruisce tale integrale.