

**Analisi Matematica 1 - Ingegneria elettronica e informatica**

Nome e cognome :	matricola:
------------------	------------

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio che ti viene consegnato (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi quelli di brutta copia, il testo del compito)

1. Dimostra che: 
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

2. Disegna il grafico della funzione  $f(x) := e^x \sqrt{1-2x}$ , descrivendo in particolare il dominio naturale, il comportamento nei punti di frontiera, gli intervalli di monotonia e l'orientamento della concavità. La funzione ha punti di massimo / minimo assoluti? Ha punti di flesso?

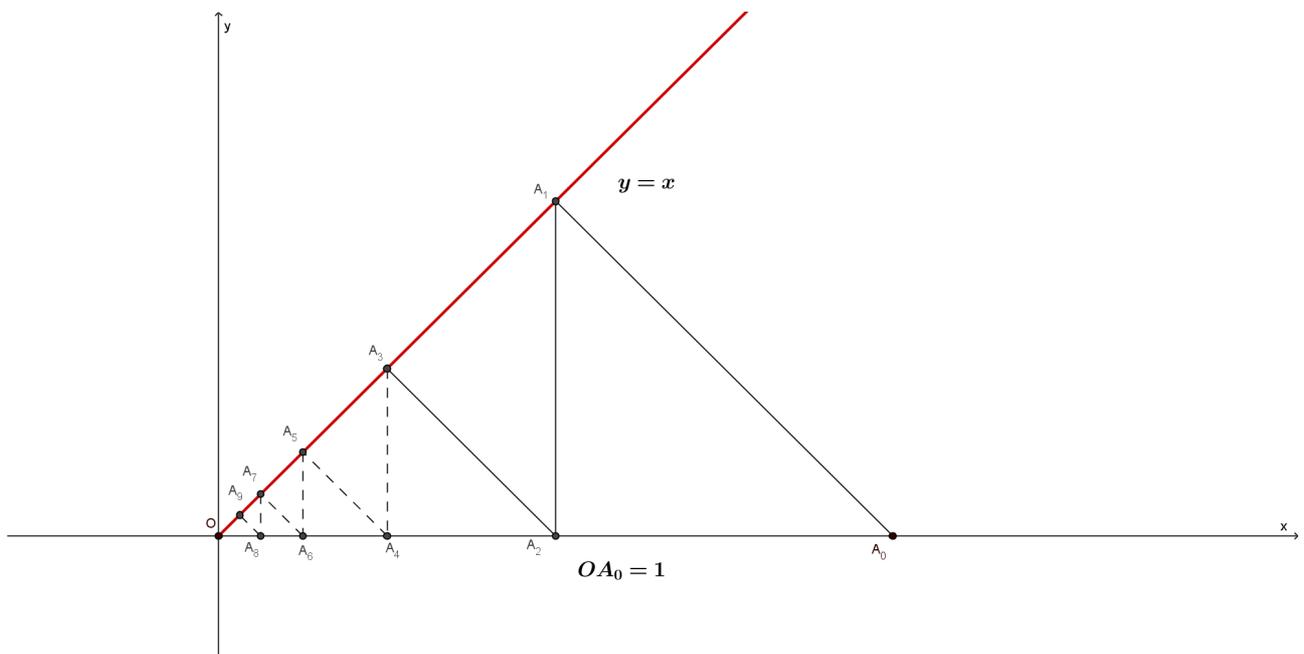
Scrivi l'equazione della retta tangente alla curva nel suo punto di intersezione con l'asse delle ordinate.

3. Considera gli integrali generalizzati  $A := \int_0^{+\infty} e^{-5x} (\cos x)^2 dx$  e  $B := \int_0^{+\infty} e^{-5x} (\sin x)^2 dx$

Verifica che sono convergenti e calcola il valore di  $A$  e  $B$ .

4. Una particella partita dal punto  $A(1,0)$  si muove lungo la traiettoria  $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$  indicata in figura. I segmenti  $A_0A_1, A_2A_3, \dots, A_{2n}A_{2n+1}, \dots$  sono perpendicolari alla bisettrice mentre i segmenti  $A_1A_2, A_3A_4, \dots, A_{2n-1}A_{2n}, \dots$  sono perpendicolari all'asse delle ascisse.

Calcolare la lunghezza della spezzata  $A_0, A_1, A_2, A_3$  e della spezzata completa.



5. Stabilisci il carattere delle seguenti serie:

$$A := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}, \quad B := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n n!}{(2n)!}, \quad C := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

6. Calcola i limiti per  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow 0$ ,  $x \rightarrow +\infty$  di

$$f(x) := \frac{\arctan x + x^2}{(\sin x)^3 + 2x}$$

7. Tra tutte le primitive della funzione  $f(x) := (\log(2x))^2$  determina quella che si annulla per  $x = e$ .

8. Considera una funzione reale di variabile reale  $f$ . Enuncia il teorema degli zeri per tale funzione e spiega come si può calcolare un valore approssimato della radice di  $f(x) = 0$ .