

Analisi Matematica 1 - Ingegneria elettronica e informatica

Nome e cognome :

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio che ti viene consegnato (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi quelli di brutta copia, il testo del compito)

1. (6 punti) Data la parabola di equazione $y = x^2$, traccia due rette perpendicolari, passanti per l'origine, che intersechino la parabola, oltre che nell'origine, rispettivamente in A, B . Determina l'equazione di tali rette in modo che sia minima l'area del triangolo OAB .

2. (6 punti)

- $n!$ è un infinito di ordine superiore o inferiore a n^n ? Rispondi in modo esauriente.
- Calcola, se esistono, i limiti delle seguenti successioni:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n n}{1 + n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + n^2}{(-1)^n \cdot n}$$

4. (6 punti) Dimostra che

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i \right)^2, \text{ deduci che } \sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

Utilizza questo risultato per calcolare l'area della regione finita di piano situata nel primo quadrante, compresa tra le rette di equazione $x = 0, x = 1$ e la curva $y = x^3$

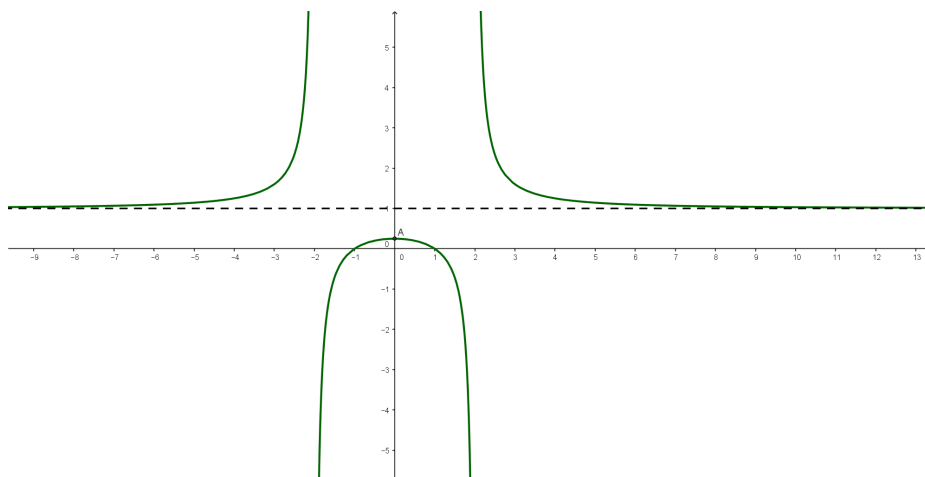
5. (4 punti) Considera la curva

$y = f(x)$ il cui grafico è riportato in figura.

Si sa che la retta $y = 1$ è asintoto orizzontale, le rette $x = \pm 2$ sono asintoti verticali e che la curva ha un massimo relativo in $A\left(0, \frac{1}{4}\right)$.

Deduci il grafico della funzione

$$y = \arctg(f(x)).$$



6. (6 punti) Rappresenta la curva di equazione:

$$f(x) = \left| 3 \arcsin(x-2) \right| + 1 \text{ e determina l'equazione della retta tangente al grafico nel suo punto di ascissa } 1.$$

La funzione è derivabile in tale punto?

7. (6 punti) Calcola i limiti di $f(x) := (\cos x)^{\frac{1}{x \sin(2x)}}$, per $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$, $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

8. (4 punti) Spiega perché la funzione $f(x) = x^3 + 2x$ deve assumere almeno una volta il valore 11 per qualche $x \in [1, 2]$