nome e cognome:	matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte **motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai**. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Nello sviluppo del binomio $\left(x^2 y+2xy^3\right)^n$ compare il termine $40x^8y^9$, determina n.

2. Studia la convergenza semplice e assoluta delle serie:
$$A:=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{n}\cdot 3^{n+1}}{n!} \quad \text{e} \quad B:=\sum_{n=4}^{\infty}(-1)^n\log\frac{n-2}{n+1}.$$

3. Calcola il $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-x^2}-2\cos x+1}{x^2\cdot\log\left(1+3x^2\right)}$.

4. Stabilisci se $\displaystyle\int_2^{+\infty}\frac{1}{x^2\cdot\log x}dx$ è convergente.

5. Si vuole trovare una soluzione approssimata dell'equazione $x+\log x=0$. A tale scopo

   a. verifica che le ipotesi del metodo di Newton sono verificate nell'intervallo $\left[\frac{1}{e},1\right]$

   b. scrivi esplicitamente la formula ricorsiva che assegna una successione convergente alla soluzione dell'equazione, precisando se tale approssimazione sarà per eccesso o per difetto

   c. calcola le prime due iterazioni.

6. Calcola le primitive della funzione $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+x-6}$.

7. Considera la funzione $f(x)=x\cdot e^{-\frac{1}{x}}$. Spiega perché la funzione è invertibile nell'intervallo $(0,+\infty)$. Detta $g(y)$ la funzione inversa relativamente all'intervallo considerato, calcola $g'\left(\dfrac{2}{\sqrt{e}}\right)$.

8. Considera il numero complesso $z=\dfrac{2}{\sqrt{3}-i}+\dfrac{1}{i}$. Calcola z^6 e z^{22} esprimendo il risultato in forma esponenziale e algebrica.

9. Determina il limite puntuale della successione di funzioni $f_n(x)=n\cdot x\cdot e^{-nx}$ con $x\in[0,1]$. Successivamente stabilisci se la convergenza in tale intervallo è anche uniforme.

10. Enuncia il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale, quindi scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della curva $y=f(x)$, $f(x)=\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{x}\frac{\sin t}{t}dt$, nel suo punto di ascissa $x=\dfrac{\pi}{2}$.