

nome e cognome:

matricola:

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile le cose che fai. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Studia il comportamento delle seguenti serie, specificando se sono convergenti o no e in caso affermativo se sono assolutamente convergenti o semplicemente convergenti:

$$A := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n + \sin(n)}{1 + n^2} \quad \text{e} \quad B := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + 2e^{-n}}.$$

2. Calcola il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 2 \cos x + 1}{x^2 \cdot \log(1 + 3x^2)}$ .

3. Tra le primitive della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$  determina quella che passa per il punto  $(1, 0)$ , stabilisci se

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 + x} dx \text{ è convergente.}$$

4. Determina il coefficiente angolare della retta tangente alla  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  nel suo punto di ascissa 1.

5. Determina nel campo complesso tutte le radici terze di  $(\sqrt{3} - i)^3$  e rappresentale nel piano complesso.

6. Risolvi in  $\mathbb{C}$  l'equazione  $(z + i)^3 = \frac{1 - i}{1 + i}$ , esprimi il risultato in forma algebrica.

7. Considera la funzione  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ , disegna il grafico giustificando tutti i passaggi eseguiti ed individua gli intervalli di invertibilità. Stabilisci se la funzione è invertibile in  $O = (0, 0)$  e in caso affermativo calcola la derivata della funzione inversa in tale punto.

8. Considera la funzione  $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  e calcola la derivata. E' possibile affermare che la funzione è costante? Rappresenta la funzione.

9. Determina il raggio di convergenza della serie:  $C := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{\log n + 8^n} (x-1)^n$ .

10. Sia  $f(x): [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , una funzione continua. Spiega in modo esauriente cosa significa che la funzione è integrabile secondo Riemann in tale intervallo.