

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica**Metodi Statistici per l'Ingegneria. - Foglio esercizi N° 4
Probabilità Condizionata**

Esercizio 1. Marco è entrato in un labirinto. Dopo averlo percorso per un certo tempo si ritrova in una radura dalla quale si possono intraprendere diverse strade numerate A, B etc. Marco è convinto all'80% che l'uscita si trovi percorrendo la strada A o la strada B. In particolare, è convinto che l'uscita sia al 40% al termine della strada A al 40% al termine della strada B. Se, dopo aver percorso la strada A, Marco non trova l'uscita qual è la probabilità condizionata che l'uscita si trovi al termine della strada B ?

Esercizio 2. Una moneta viene lanciata due volte, se supponiamo che i quattro esiti dello spazio campionario S siano equiprobabili, qual è la probabilità condizionata che venga testa in entrambi i lanci sapendo che

- a) nel primo lancio è uscita testa
- b) esce testa in almeno un lancio ?

Esercizio 3. Susanna è indecisa se frequentare il corso di francese o quello di chimica e stima che la sua probabilità di prendere più di 27 è pari a 0.5 nel caso del corso di francese e $2/3$ nel caso del corso di chimica. Se Susanna basa la sua decisione sull'esito di una moneta non truccata, qual è la probabilità che prenda più di 27 in chimica ?

Esercizio 4. Una compagnia di assicurazioni suddivide le persone in due classi : quelle che sono propense a incidenti e quelle che non lo sono. Le statistiche dell'assicurazione mostrano che le persone propense a incidenti hanno probabilità 0.4 di avere un incidente in un anno, mentre questa probabilità scende a 0.2 per le altre persone. Supponendo che il 30% della popolazione sia propensa a incidenti,

- a) qual è la probabilità che un nuovo assicurato abbia un incidente entro un anno dall'acquisto della polizza ?
- b) Supponiamo che il nuovo assicurato abbia un incidente entro un anno dall'acquisto della polizza. Qual è la probabilità che si tratti di una persona propensa agli incidenti ?

Esercizio 5. In un test a risposte multiple uno studente può conoscere la risposta o tentare a caso. Sia p la probabilità che lo studente conosca la risposta e $1 - p$ la probabilità che lo studente risponda a caso. Supponiamo che la probabilità di rispondere correttamente scegliendo a caso sia $1/m$, dove m è il numero di risposte possibili. Lo studente risponde correttamente a una domanda ; qual è la probabilità che lo studente conoscesse la risposta ?

Esercizio 6. In un laboratorio di analisi l'esame del sangue è efficace al 95% nell'individuare una certa malattia quando essa è presente nell'organismo. L'esame tuttavia rileva anche dei falsi positivi

nell'1% delle persone sane che si sottopongono all'esame. Se lo 0.05% della popolazione soffre della malattia, qual è la probabilità che una persona risultata positiva all'esame abbia la malattia?

Esercizio 7. Un'urna contiene due monete di tipo A e una moneta di tipo B . Quando si lancia una moneta di tipo A viene testa con probabilità $1/4$, mentre quando si lancia una moneta di tipo B viene testa con probabilità $3/4$. Supponiamo di scegliere a caso una moneta dall'urna e di lanciarla in seguito. Se viene testa, qual è la probabilità che la moneta sia di tipo A ?

Esercizio 8. Un aereo è scomparso e si presume che sia finito, con uguale probabilità, in una di 3 possibili zone. Sia $1 - \beta_i$ la probabilità di rintracciare l'aereo nella zona i , se l'aereo si trova esattamente nella zona i , $i = 1, 2, 3$, dove le costanti β_i sono le probabilità di non recuperare l'aereo nella zona i , esse dipendono generalmente dalle condizioni geografiche e ambientali. Qual è la probabilità condizionata che l'aereo si trovi nella zona i , sapendo che le ricerche nella zona 1 hanno dato esito negativo, $i = 1, 2, 3$?

Esercizio 9. Si supponga di disporre di 3 carte identiche per la forma, ma che entrambe le facce della prima siano colorate di rosso, che entrambe le facce della seconda siano colorate di nero e che la terza abbia una faccia rossa e una nera. Le 3 carte sono mescolate e inserite in un cappello, e una carta è scelta a caso e appoggiata sul tavolo. Se la parte superiore della carta scelta è rossa, qual è la probabilità che l'altra parte sia nera?

Esercizio 10. Un sistema costituito da n componenti è detto sistema parallelo se esso funziona quando almeno uno dei suoi componenti funziona. In un tale sistema, il componente i indipendente dagli altri componenti, funziona con probabilità p_i , $i = 1, \dots, n$. Qual è la probabilità che il sistema funzioni?

Esercizio 11. Si effettuano delle prove indipendenti, che consistono nel lanciare una coppia di dadi non truccati. L'esito che ci interessa in ogni prova è la somma dei dadi. Qual è la probabilità che l'esito uguale a 5 preceda l'esito uguale a 7?