Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica

Metodi Statistici per l'ingegneria. - Foglio esercizi N^o 7

Esercizio 1. Supponiamo che vengano scelte a caso 3 palline da un'urna contenente 3 palline rosse, 4 bianche e 5 blu. Calcolare la densità discreta congiunta di X e Y, dove X e Y indicano rispettivamente il numero di palline rosse e bianche estratte.

Esercizio 2. La densità congiunta di X e Y è data da

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-2y}, & 0 < x < \infty,\ 0 < y < \infty \\ 0 & \textit{altrimenti}. \end{cases}$$

Calcolare $P\{X > 1, Y < 1\}$, $P\{X < Y\}$ e $P\{X < a\}$.

Esercizio 3. Supponiamo che un dado equilibrato sia lanciato 9 volte. Calcolare la probabilità che 1 appaia 3 volte, 2 e 3 due volte ciascuno, 4 e 5 una sola volta ciascuno e il 6 mai.

Esercizio 4. Supponiamo che il numero di persone che entrano in un ufficio postale in un dato giorno sia descrivibile con una variabile aleatoria di Poisson di parametro λ.

— Si determini la probabilità che in un giorno entrino $k = i + j$ persone nell'ufficio.

— Si provi che, se ogni persona che entra nell'ufficio postale è un uomo con probabilità pari a p e donna con probabilità $1 - p$, allora il numero di uomini e donne che entrano nell'ufficio postale sono variabili aleatorie di Poisson indipendenti di parametri rispettivamente pari a λp e $\lambda(1 - p)$.

Esercizio 5. Se X e Y sono variabili aleatorie indipendenti entrambe distribuite uniformemente su $(0, 1)$, si calcoli la densità della somma $X + Y$.

Esercizio 6. Supponiamo che $X_1, X_2, .., X_n$ siano n variabili aleatorie uniformi indipendenti su $(0, 1)$ dimostrare per induzione che la funzione di distribuzione della loro somma $F_n(x) = x^n/n!$ per tutti gli $x \leq 1$. Calcolare il valore atteso del numero di variabili aleatorie uniformi e indipendenti su $(0, 1)$ che occorre sommare per superare il valore 1.

Esercizio 7. Se $X_i,\ i = 1, .., n$ sono variabili aleatorie indipendenti distribuite con legge normale di parametri $\mu_i, \sigma_i,\ i = 1, .., n$, calcolare $\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Esercizio 8. Una squadra di basket gioca 44 partite : 26 vengono giocate contro squadre della East Conference (EC), 18 contro squadre della West Conference (WC). Contro squadre della EC la probabilità di vittoria è 0.4, mentre contro squadre della WE la probabilità di vittoria è 0.7. Supponendo, l'indipendenza degli incontri, si approssimi le probabilità che la squadra vinca più di 25 partite con una distribuzione normale.

Esercizio 9. Se X e Y sono variabili aleatorie binomiali indipendenti di parametri rispettivamente (n, p) e (m, p) si calcoli la distribuzione di $X + Y$.