Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica

Metodi Statistici per l'ingegneria - Foglio esercizi N^o 8

Esercizio 1. Una particella si trova in un punto X che è uniformemente distribuito su un asse di lunghezza L. Una seconda particella si trova in un punto Y anch'esso distribuito uniformemente sullo stesso segmento. Supponiamo che X e Y siano indipendenti, determinare il valore atteso della distanza tra le due particelle.

Esercizio 2. Siano $X_1, X_2, .., X_n$ delle variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con distribuzione F e valore atteso μ, Una tale sequenza prende il nome di *campione della distribuzione*. La variabile aleatoria $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$ è chiamata la media campionaria di $X_1, X_2, .., X_n$. Calcolare $E[X]$.

Esercizio 3. Calcolare il valore atteso di una variabile aleatoria binomiale, binomiale negativa.

Esercizio 4. Calcolare la varianza di una variabile aleatoria binomiale usando prima i momenti del numero di eventi che si realizzano e successivamente la definizione di varianza in funzione della covarianza.

Esercizio 5. Siano $X_1, X_2, .., X_n$ delle variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con varianza σ^2. Mostrare che $Cov(X_i - \bar{X}, \bar{X}) = 0$.

Esercizio 6. Siano $X_1, X_2, .., X_n$ delle variabili indipendenti e identicamente distribuite con valore atteso μ e varianza σ^2 e sia $\bar{X}$ la media campionaria. Le quantità $X_i - \bar{X},\ i = 1, .., n$ sono chiamate *deviazioni*. La variabile aleatoria $S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ è chiamata varianza campionaria. Determinare $Var(\bar{X})$ e $E[S^2]$.

Esercizio 7. Calcolare la funzione generatrice dei momenti $M(t)$ per la distribuzione binomiale di parametri (n, p) e per una distribuzione normale di parametri (μ, σ^2). Calcolare successivamente i valori attesi e le varianze di queste distribuzioni.

Esercizio 8. Calcolare la funzione generatrice dei momenti di $X + Y$ dove X e Y sono delle variabili aleatorie binomiali indipendenti di parametri (n, p) e (m, p) e dove X e Y sono delle variabili aleatorie normali indipendenti di parametri (μ_1, σ_1^2) e (μ_2, σ_2^2).

Esercizio 9. Sapendo che il numero di processori prodotti da una fabbrica durante una settimana è dato da una variabile aleatoria di media pari a 50. Cosa possiamo dire riguardo alla probabilità che la produzione di questa settimana sia superiore alle 75 unità ? Se la varianza della produzione settimanale è 25, cosa possiamo dire sulla probabilità che la produzione di questa settimana sia compresa fra le 40 e le 60 unità ?

Esercizio 10. Se X è distribuita in maniera uniforme sull' intervallo $(0, 10)$. Calcolare la probabilità esatta che $P\{|X - \mu| > 4\}$ e un limite superiore per la stessa probabilità usando la disuguaglianza di Chebyshev.

Esercizio 11. Un astronomo vuole misurare in anni luce la distanza d di una data stella. A causa degli errori nelle misurazioni, ogni volta che viene effettuata una misura essa rappresenta solo una buona approssimazione della vera distanza. Facendo una serie di misurazioni e supponendo che le misure siano delle variabili aleatorie i.i.d. di media comune d e varianza 4, quante misure deve fare per essere ragionevolmente sicuro di stimare la distanza con un errore non superiore a ± 0.5 anni luce ?