Università degli studi di Ferrara Dipartimento di Matematica e Informatica

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica

Probabilità e Statistica
26 Gennaio 2015

Tempo a disposizione : 3 ore
Correzione alla fine dell'esame

Problema 1.
Una mano a poker è formata da 5 carte. Supponendo che tutte le mani siano equiprobabili, qual è la probabilità che venga servito
a) Un colore ? (Una mano si definisce colore se tutte e 5 le carte hanno lo stesso seme.)
b) Una doppia coppia ?
c) Un poker ?

Problema 2.
Una batteria di tipo C è carica con probabilità 0.7, mentre una batteria di tipo D è carica con probabilità 0.4. Si prende a caso una batteria da un cassetto che ne contiene 8 di tipo C e 6 di tipo D.
a) Qual è la probabilità che la batteria sia carica ?
b) Sapendo che la batteria non è carica, qual è la probabilità condizionata che si tratti di una batteria di tipo C ?

Problema 3.
Una media di 5.2 uragani colpiscono ogni anno una certa regione. Supponendo di poter approssimare con una legge di Poisson il numero di uragani, determinare la probabilità che ci siano più di 3 uragani quest'anno.

Problema 4.
Si consideri un cerchio di raggio R e si supponga di scegliere a caso un punto dentro tale cerchio. Fissato il centro del cerchio come origine di un sistema di assi cartesiani si chiamino X e Y le coordinate del punto scelto. Essendo (X,Y) le coordinate di un punto scelto a caso e in modo uniforme, la densità congiunta di X e Y è data da

$$f(x,y) = \begin{cases} c, & \textit{se } x^2+y^2 \leq R^2, \\ 0 & \textit{altrimenti}. \end{cases}$$

per un qualche c.
a) Provare che la costante c è uguale a $1/(\pi R^2)$.
b) Si calcoli la probabilità che $D = \sqrt{X^2+Y^2}$, la distanza dall'origine dal punto selezionato, sia minore o uguale a un valore fissato a : $P\{D \leq a\}$.
c) Dopo aver ricordato la definizione di funzione di distribuzione per una variabile aleatoria continua e il suo legame con la funzione di densità, provare che il valore atteso $E[D] = 2R/3$.

Quesito 1.
Introdurre la variabile aleatoria normale ed elencarne le principali proprietà.

Quesito 2.
Dopo aver definito la funzione generatrice dei momenti per una variabile aleatoria X, calcolare la funzione generatrice dei momenti per una distribuzione binomiale e il corrispondente valore atteso.