

**Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica****Probabilità e Statistica****18 Dicembre 2014***Tempo a disposizione : 3 ore***Problema 1.**

Un'urna contiene 8 palline rosse, 3 bianche e 9 azzurre. Se estraiamo 3 palline a caso senza rimetterle nell'urna si determini la probabilità che

- Tutte e 3 siano rosse.
- Due siano rosse e una sia bianca.
- Almeno 1 sia bianca.
- Siano 1 di ciascun colore.
- Le palline siano estratte nell'ordine rossa, bianca, azzurra.

**Problema 2.**

Si lancia una moneta che dà testa con probabilità 0.8. Il signor Bianchi osserva il risultato, testa o croce, e lo riferisce al signor Rossi. Tuttavia con probabilità 0.4, Bianchi avrà dimenticato il risultato prima di raggiungere Rossi. In questo caso, Bianchi riferirà a Rossi che la moneta ha dato testa o che ha dato croce con uguale probabilità, mentre nel caso in cui Bianchi si ricordi l'esito del lancio riferirà a Rossi il risultato corretto.

- Qual è la probabilità che al signor Rossi venga detto che la moneta ha dato testa ?
  - Qual è la probabilità che al signor Rossi venga riferito il risultato corretto ?
- Suggerimento : condizionare rispetto all'evento  $D = \{\text{Bianchi ha dimenticato il risultato}\}$ .

**Problema 3.**

Un cliente di un casinò continua a scommettere 5 euro sul rosso alla roulette finché non vince 4 scommesse. Sapendo che a ogni scommessa vince 5 euro con probabilità  $18/38$  o perderà 5 euro con probabilità  $20/38$  calcolare

- La probabilità che giochi in totale 9 volte (calcolare la probabilità che vinca 3 volte nella prime 8 gare e successivamente che vinca la 4 volta nella nona gara).
- La vincita attesa quando si ferma sapendo che il valore atteso del numero di scommesse che il cliente deve effettuare per totalizzare  $r$  vincite è  $E[X] = r/p$  dove  $X$  è il numero di giocate effettuate e  $p$  è la probabilità di vittoria ad ogni giocata.

**Problema 4.**

Le precipitazioni annuali di Palermo sono approssimativamente una variabile aleatoria normale di media 40.2 centimetri e deviazione standard di 8.4 centimetri. Qual è la probabilità che

- Le precipitazioni dell'anno prossimo superino i 44 centimetri ?
- Le precipitazioni annuali in esattamente tre dei prossimi sette anni eccedano i 44 centimetri ?

**Quesito 1.**

Si enunci e si dimostri la legge di Bayes.

**Quesito 2.**

- a) Definire il valore atteso per una variabile aleatoria discreta e per una variabile aleatoria continua.
- b) Dimostrare che se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie continue e indipendenti e  $h$  e  $g$  sono due funzioni allora atteso  $E[g(X)h(Y)] = E[g(X)]E[h(Y)]$ .
- c) Date  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con distribuzione  $F$  e valore atteso  $\mu$ , dimostrare che il valore atteso della loro media campionaria è uguale alla media della distribuzione.