

Exame 26/1/2015

Problema 1 7.5 punti

$$a) \frac{4 \binom{13}{5}}{\binom{52}{5}}, \quad b) \frac{\binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{4}{2} \binom{44}{1}}{\binom{52}{5}}, \quad c) \frac{13 \binom{4}{1} \binom{48}{1}}{\binom{52}{5}}$$

Problema 2 7 punti

A evento batterie carica, C evento batterie di tipo C
D evento batterie di tipo D.

$$a) P(CA) = P(CA|C)P(C) + P(CA|D)P(D) =$$

$$= 0.7 \frac{8}{14} + 0.4 \cdot \frac{6}{14} = \frac{4}{7}$$

$$b) P(C|CA^c) = \frac{P(C, CA^c)}{P(CA^c)} = \frac{P(CA^c|C)P(C)}{P(CA^c)} = \frac{0.3 \cdot 8/14}{3/7} = 0.4$$

Problema 3 5 punti

$P\{X > 3\}$ X numero di uscite

$$P\{X > 3\} = 1 - P\{X=0\} - P\{X=1\} = P\{X=2\} - P\{X=3\} =$$

$$= 1 - e^{-\lambda} \lambda^0 - e^{-\lambda} \lambda - e^{-\lambda} \frac{\lambda^2}{2} - e^{-\lambda} \frac{\lambda^3}{6} \quad \text{con } \lambda = 5,2$$

Problema 4 7.5 punti

$$a) \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} f(x,y) dx dy = 1 \Rightarrow c \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} dx dy = 1 \Rightarrow$$

$$c \int_0^{2\pi} \int_0^R s ds d\theta = \frac{2\pi R^2}{2} \cdot c = 1 \Rightarrow c = 1/\pi R^2$$

$$b) F_D(u) = P\{\sqrt{x^2+y^2} \leq u\} = P\{x^2+y^2 \leq u^2\} = \iint_{x^2+y^2 \leq u^2} f(x,y) dx dy =$$

$= 2\pi u^2 / 2\pi R^2 = u^2/R^2 \quad 0 \leq u \leq R \quad 0$ altrimenti.

$$c) dF_D/du = f_D(u) = \frac{2u}{R^2} \Rightarrow E[D] = \int_0^R \frac{2u}{R^2} u du = 2R/3$$