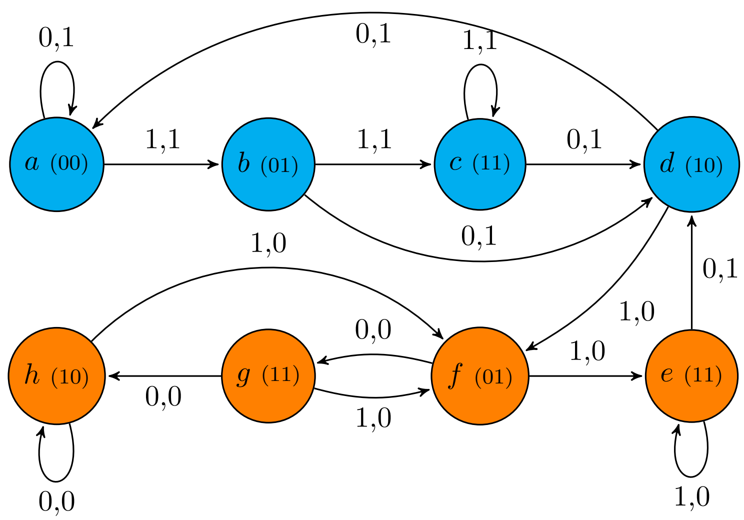
Compito di reti logiche

Es. 1 Si consideri una rete sequenziale sincrona con un ingresso x. Compito della rete é riconoscere le sequenze 110 e 101 negli ultimi tre simboli di ingresso ($x_{k-2}x_{k-1}x_k$). Se viene riconosciuta la seqeunza 110, l'uscita y si porta a 1, se viene riconosciuta la sequenza 101, l'uscita si porta a 0. Tali valori devono essere mantenuti fino a quando non si riconosce un nuovo simbolo.

Si tracci il diagramma degli stati (pt. 8.0). Si traccino la tabella triangolare indicando le condizioni di indistinguibilitá e il grafo delle equivalenze (pt. 4.0). Si calcoli poi l'automa minimo (pt. 2.0).

Soluzione

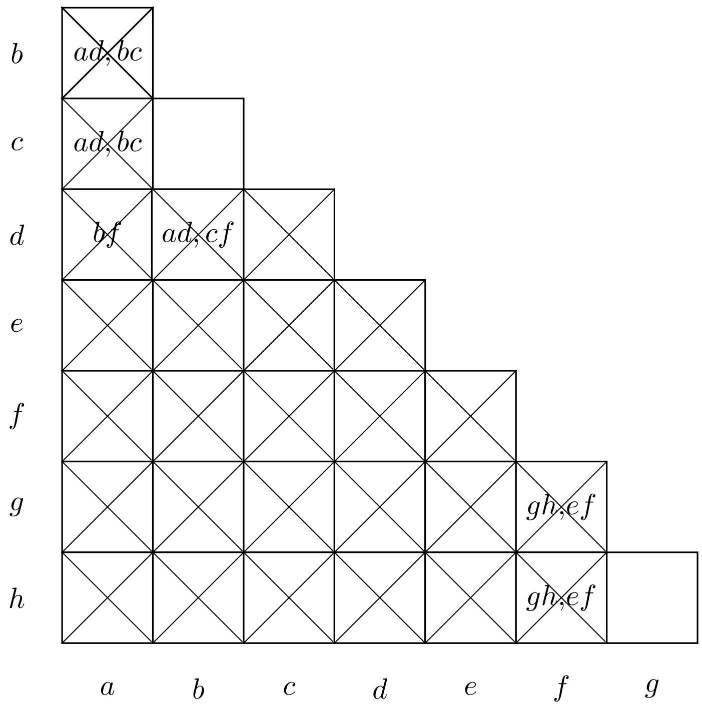
In questo caso lo stato tiene traccia di $x_{k-2}x_{k-1}$ e dell'ultimo simbolo riconosciuto. La prima informazione é annotata fra parentesi nei nodi del STG mentre la seconda é annotata in azzurro per gli stati in cui l'ultimo simbolo é 110 e in arancione per quelli in cui l'ultimo simbolo é 101.



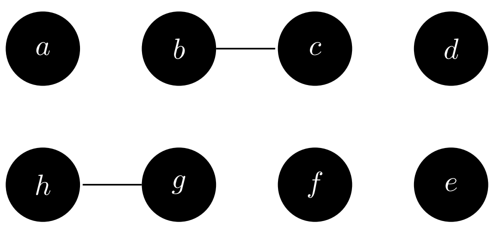
La corrispondente tabella di transizione dello stato:

	$x=0$	$x=1$
a	$a,1$	$b,1$
b	$d,1$	$c,1$
c	$d,1$	$c,1$
d	$a,1$	$f,1$
e	$d,1$	$e,0$
f	$g,0$	$e,0$
g	$h,0$	$f,0$
h	$h,0$	$f,0$

La tabella triangolare:



Il grafo della equivalenze é il seguente:



Quindi si hanno le seguenti classi massime di indistinguibilitá $\beta = \{b, c\}$ e $\gamma = \{g, h\}$. Da queste si ottiene l'automa minimo.

	$x = 0$	$x = 1$
a	$a, 1$	$\beta, 1$
β	$d, 1$	$\beta, 1$
d	$a, 1$	$f, 1$
e	$d, 1$	$e, 0$
f	$\gamma, 0$	$e, 0$
γ	$\gamma, 0$	$f, 0$

Es. 2 Si considerino le seguenti funzioni:

c \ ab	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	0	1	0	0

f

c \ ab	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	0	1

g

Si determinino tutti gli implicanti primi della funzione a piú uscite $[f, g]$ e si ottenga poi una realizzazione di costo minimo di tipo SP per tale funzione a piú uscite (pt. 4.5). Si confronti il costo come numero di letterali dell'implementazione ottenuta e lo si confronti con quello di una realizzazione di costo minimo di f e g considerate separatamente (pt.

2.0).

Soluzione

$$f = \{0, 1, 3, 5\} \qquad g = \{0, 4, 5, 6\}$$

Lista dei mintermini

i	cab	$\mu_f\mu_g$	
0	000	11	P_0
1	001	10	$\star$
4	100	01	$\star$
3	011	10	$\star$
5	101	11	P_1
6	110	01	$\star$

$\Rightarrow$

	cab	$\mu_f\mu_g$	
0,1	00-	10	P_2
0,4	-00	01	P_3
1,3	0-1	10	P_4
1,5	-01	10	P_5
4,5	10-	01	P_6
4,6	1-0	01	P_7

$\Rightarrow$

	cab	$\mu_f\mu_g$
0,1,4,5	-0-	00
0,4,1,5	-0-	00

Da cui si ottiene la tabella di copertura:

	f: 0	1	3	5	g: 0	4	5	6	
P_0	×				×				1
P_1				×			×		1
P_2	×	×							1
P_3					×	×			1
P_4		×	×						1
P_5		×		×					1
P_6						×	×		1
P_7						×		×	1

Si osserva che P_4 é essenziale rispetto a 3 e P_7 rispetto a 6.

	f: 0	1	3	5	g: 0	4	5	6	
P_0	×				×				1
P_1				×			×		1
P_2	×	×							1
P_3					×	×			1
P_4		×	×						0
P_5		×		×					1
P_6						×	×		1
P_7						×		×	0

$\mathcal{C}(f) = \{P_4\},\ \mathcal{C}(g) = \{P_7\}$

Si noti che P_4 e P_7 sono eliminabili dalla tabella perché P_4 copre solo mintermini di f e P_7 di g.

	f: 0	5	g: 0	5	
P_0	×		×		1
P_1		×		×	1
P_2	×				1
P_3			×		1
P_5		×			1
P_6				×	1

Si osserva che, considerando f e g, P_0 domina su P_2 e P_3 che possono essere eliminati.

	f 0	f 5	g 0	g 5	
P_0	×		×		1
P_1		×		×	1
P_2	×				1
P_3			×		1
P_5		×			1
P_6				×	0

	f 0	f 5	g 0	g 5	
P_0	×		×		1
P_0	×		×		1
P_1		×		×	1
P_5		×			1
P_6				×	0

Ora P_0 é essenziale rispetto a 0 in f e in g. Per cui si ha $\mathcal{C}(f) = \{P_0, P_4\}$, $\mathcal{C}(g) = \{P_0, P_7\}$. La riga di P_0 é eliminabile in quanto é utilizzata in entrambe le funzioni.

	f 5	g 5	
P_1	×	×	1
P_5	×		1
P_6		×	0

É evidente che si possono fare considerazioni simili per P_1 e che quindi risulta: $\mathcal{C}(f) = \{P_0, P_1, P_4\}$, $\mathcal{C}(g) = \{P_0, P_1.P_7\}$. Si hanno le seguenti espressioni: $f = a'b'c' + ab'c + bc'$, $\quad g = a'b'c' + ab'c + b'c$, con un costo $l = 10$.

Es. 3 Si consideri la rete multilivello descritta dalle seguenti equazioni:

$$t = de + cde' + bd'e + ae$$
$$u = ac + ac'e + af + df$$

Si valuti il costo della rete e poi si applichino le seguenti trasformazioni valutando il costo della rete a ogni passo: a) *simplify* t, u; b) *factor* t, u; c) basandosi sui risultati della *factor*, si utilizzi (eventualmente piú volte) l'operazione di *extract* per ottenere una rete multilivello che sfrutti il fan-out dei nodi interni (pt. 6.0).

Soluzione

Il costo della rete é $l = 19$

simplify t, u:

$$t = de + cde' + bd'e + ae = d(e + ce') + bd'e + ae = d(e + c) + bd'e + ae =$$
$$= de + cd + bd'e + ae = e(d + bd') + cd + ae = e(d + b) + cd + ae = de + bd + cd + ae$$
$$u = ac + ac'e + af + df = a(c + c'e) + af + df = a(c + e) + af + df = ac + ae + af + df$$

factor t

	a	a'	b	b'	c	c'	d	d'	e	e'
ae	1								1	
cd					1		1			
de							1		1	
bd			1				1			
	1		1		1		3		2	

$$t = (b + c + e)d + ae$$

factor u

	a	a'	b	b'	c	c'	d	d'	e	e'	f	f'
ae	1								1			
ac	1				1							
af	1										1	
df							1				1	
	3				1		1		1		2	

$$u = (c + e + f)a + df$$

Si osserva che questa fattorizzazione non porta a fattori comuni fra t e u. Scrivendo peró $t = (c+e)d + bd + ae$ e $u = (c+e)a + af + df$, si osserva che si puó fare una *extract* per $p = c + e$ ottenendo $t = pd + bd + ae$ e $u = pa + af + df = pa + (a + d)f$. Per cui si puó avere la rete:

$$\begin{aligned} p &= c + e \\ r &= a + d \\ t &= pd + bd + ae \\ u &= pa + rf \end{aligned}$$

Con costo $l = 14$.

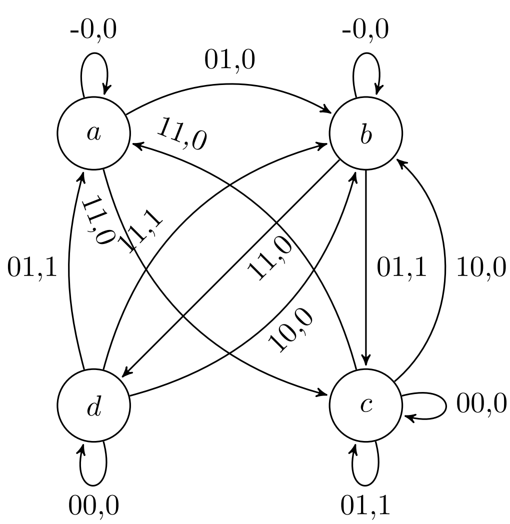
Es. 4 Si consideri il seguente automa di Mealy (con due ingressi e un uscita):

	xy 00	01	11	10
a	$a, 0$	$b, 0$	$c, 0$	$a, 0$
b	$b, 0$	$c, 1$	$d, 0$	$b, 0$
c	$c, 0$	$c, 1$	$a, 0$	$b, 0$
d	$d, 0$	$a, 1$	$b, 1$	$b, 0$

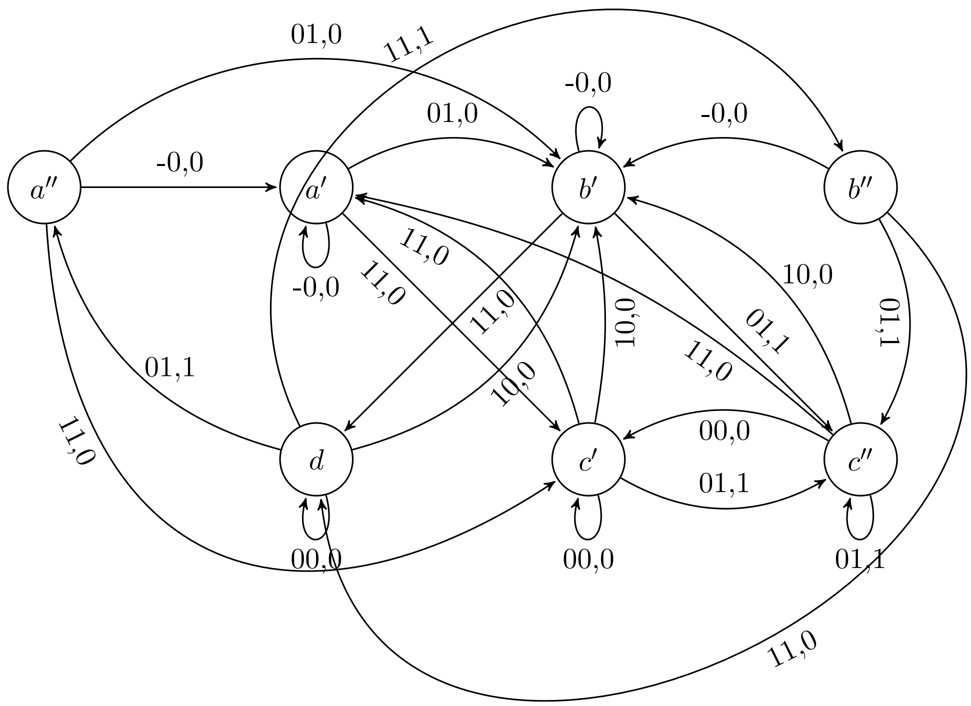
Si tracci il diagramma di transizione dello stato dell'automa di Moore equivalente (a meno di un ritardo di un ciclo di clock) (pt. 5.5).

Soluzione

Automa di Mealy.



Si nota che gli stati a, b, c hanno archi entranti con valori di uscita pari a 0 e a 1, per cui tali nodi devono essere duplicati, si ottiene quindi il seguente automa di Moore.


a''
a'
b'
b''
d
c'
c''
01,0
11,1
-0,0
01,0
-0,0
-0,0
-0,0
11,0
11,0
11,0
10,0
10,0
11,0
01,1
10,0
01,1
01,1
11,0
00,0
01,1
00,0
00,0
01,1
11,0