Nome ____________________Cognome ____________________Matricola ____________________

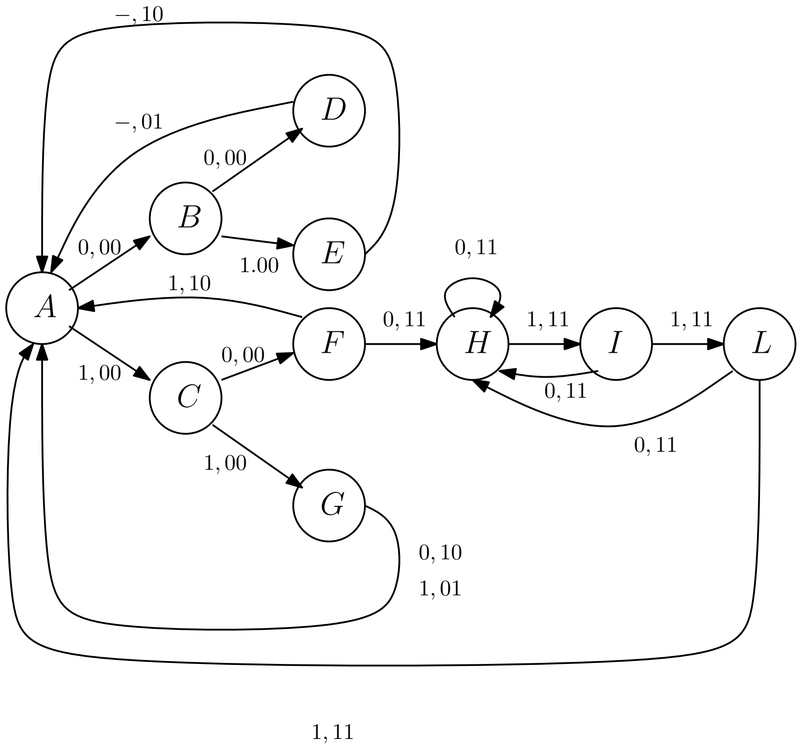
Compito di analisi e sintesi dei circuiti digitali

Es. 1

Una rete sequenziale sincrona ha un ingresso x e due uscite y, w. Compito della rete é analizzare parole di 3 bit ricevute serialmente su x. Tali parole rappresentano un numero intero k rappresentato in complemento a 2 e trasmesso a partire dal bit piú significativo. Compito della rete é verificare che $-1 \leq k \leq 1$, in tale caso le uscite sul terzo bit si portano a 01, se $k > 1$ o $-3 \leq k < -1$ le uscite si portano a 10, se $k = -4$ si fornisce l'indicazione di errore 11 e la rete (mantenendo tale indicazione) sospende l'analisi del valore di k fino a quando non si presenta la sequenza 111 in ingresso.

Si tracci il diagramma di transizione dello stato (pt. 8). Si traccino la tabella di transizione dello stato e la tabella triangolare (indicando tutte le implicazioni) individuando le coppie di stati indistinguibili (pt. 3). Si tracci il grafo delle equivalenze, si individuino le classi massime di indistinguibilitá e si tracci la tabella di transizione dello stato dell'automa minimo (pt. 3).

Soluzione



La tabella triangolare (non riporta) indica che questo automa é minimo.

Es. 2

Si consideri la seguente funzione completamente specificata di 3 variabili con 3 uscite $F = \{f, g, h\} : \{0,1\}^3 \rightarrow \{0,1\}^3$:

$f = \{0, 4, 5, 6, 7\}$

$g = \{0, 2, 4, 6, 7\}$

$h = \{2, 3, 4, 5, 7\}$

Si determinino tutti gli implicanti primi della funzione a piú uscite utilizzando il metodo di Quine-McCluskey. Si risolva poi la tabella di copertura con metodo grafico calcolando le espressioni SP di costo minimo delle 3 componenti di F (pt. 6.5).

Soluzione

i	abc	$\mu_f\mu_g\mu_h$	
0	000	110	*
2	010	011	P_0
4	100	111	P_1
3	011	001	*
5	101	101	*
6	110	110	*
7	111	111	P_2

i	abc	$\mu_f\mu_g\mu_h$	
0,2	0-0	010	*
0,4	-00	110	P_3
2,3	01-	001	P_4
2,6	-10	010	*
4,5	10-	101	P_5
4,6	1-0	110	P_6
3,7	-11	001	P_7
5,7	1-1	101	P_8
6,7	11-	110	P_9

i	abc	$\mu_f\mu_g\mu_h$	
0,2,4,6	–0	010	P_{10}
0,4,2,6	–0	010	dup
2,3,6,7	-1-	000	nul
2,6,3,7	-1-	000	nul
4,5,6,7	1–	100	P_{11}
4,6,5,7	1–	100	nul

tabella di copertura

			f					g					h			
	0	4	5	6	7	0	2	4	6	7	2	3	4	5	7	
P_0							x				x					1
P_1		x						x					x			1
P_2					x					x					x	1
P_3	x	x				x		x								1
P_4											x	x				1
P_5		x	x										x	x		1
P_6		x		x				x	x							1
P_7												x			x	1
P_8			x		x									x	x	1
P_9				x	x				x	x						1
P_{10}						x	x	x	x							1
P_{11}		x	x	x	x											1

$C(f) = \{\}$ $C(g) = \{\}$, $C(h) = \{\}$

P_3 é essenziale rispetto a 0 in f, per cui lo seleziono e cancello le colonne 0 e 4 di f, mettendo anche il costo a 0

	f					g					h			
	5	6	7	0	2	4	6	7	2	3	4	5	7	
P_0					x				x					1
P_1						x					x			1
P_2			x					x					x	1
P_3				x		x								0
P_4									x	x				1
P_5	x										x	x		1
P_6		x				x	x							1
P_7										x			x	1
P_8	x		x									x	x	1
P_9		x	x				x	x						1
P_{10}				x	x	x	x							1
P_{11}	x	x	x											1

$C(f) = \{P_3\}$ $C(g) = \{\}$, $C(h) = \{\}$

In questo caso non ci sono piú essenzialitá o dominanze (di riga) e si puó procedere in maniera euristica scegliendo uno degli implicanti che coprono il maggior numero di mintermi non ancora coperti, ad esempio P_9.

	f			g			h			
	5	0	2	4	2	3	4	5	7	
P_0			x		x					1
P_1				x			x			1
P_2									x	1
P_3		x		x						0
P_4					x	x				1
P_5	x						x	x		1
P_6				x						1
P_7						x			x	1
P_8	x							x	x	1
P_{10}		x	x	x						1
P_{11}	x									1

$C(f) = \{P_3, P_9\}$ $C(g) = \{P_9\}$, $C(h) = \{\}$

Si puó scegliere P_{10} per coprire g e P_8 per coprire f (qui si potevano utilizzare P_5, P_8 o P_{11}, conviene scartare quest'ultimo perché non serve per la h.

			h			
	2	3	4	5	7	
P_0	x					1
P_1			x			1
P_2					x	1
P_4	x	x				1
P_5			x	x		1
P_6						1
P_7		x			x	1
P_8				x	x	0

$C(f) = \{P_3, P_8, P_9\}$ $C(g) = \{P_9, P_{10}\}$, $C(h) = \{\}$

Per h scegliamo P_8 che ha costo 0.

			h	
	2	3	4	
P_0	x			1
P_1			x	1
P_2				1
P_4	x	x		1
P_5			x	1
P_6				1
P_7		x		1

$C(f) = \{P_3, P_8, P_9\}$ $C(g) = \{P_9, P_{10}\}$, $C(h) = \{P_8\}$

Si possono scartare P_0 e P_6 perché dominati da P_4 che diventa essenziale e si arriva a:

$C(f) = \{P_3, P_8, P_9\}$ $C(g) = \{P_9, P_{10}\}$, $C(h) = \{P_4, P_8\}$

in cui rimane solo 4 da coprire e per questo si puó scegliere fra P_1 e P_5

$C(f) = \{P_3, P_8, P_9\}$ $C(g) = \{P_9, P_{10}\}$, $C(h) = \{P_4, P_5, P_8\}$

da cui: $f = b'c' + ac + ab$ $g = ab + c'$ $h = a'b + ab' + ac$ con un costo pari a 6 cubi e 11 letterali.

Es. 3

Si ragioni sul seguente frammento di codice C utilizzato per descrivere una rete combinatoria di tipo aritmetico:

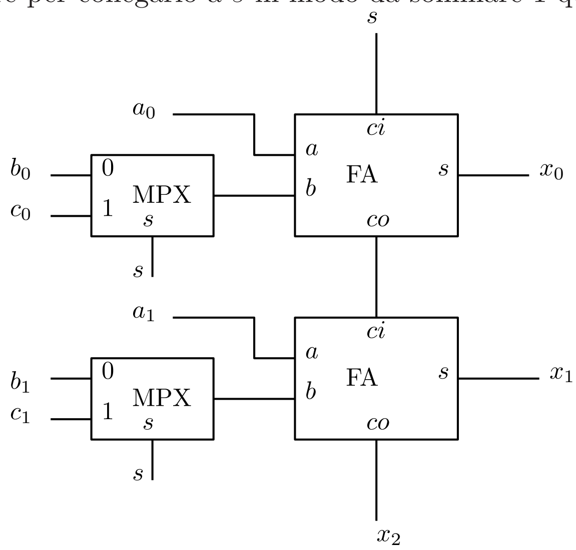
```
if (s==0)
  x=a+b;
else
  x=a+c+1;
```

dove s rappresenta un singolo segnale di ingresso; $a = (a_1, a_0)$, $b = (b_1, b_0)$ e $c = (c_1, c_0)$

sono parole di ingresso di 2 bit ciascuna che rappresentano numeri naturali; $x = (x_2x_1x_0)$ é una parola di 3 bit che rappresenta l'uscita della rete combinatoria. Si realizzi la rete utilizzando come componenti MPX (a 1 bit di selezione) e FA (pt. 5.0). Si determini il numero di livelli di un FA a partire dalla sua realizzazione livello gate (pt. 1.0).

Soluzione

La struttura *if-then-else* é essenzialmente quella di un multiplexer che seleziona fra b e c il secondo operando di un sommatore sulla base del valore di s, si sfrutta poi anche il carry-in del sommatore per collegarlo a s in modo da sommare 1 quando $s = 1$.



Es. 4

Si semplifichino le seguenti espressioni riportando passo per passo le proprietá (o definizioni) dell'algebra di commutazione utilizzate (pt. 5.5):

$x = bd + ab'c' + ac'd + abc + a'cd + acd' + ab'd'$

$y = (a + (b(c + d)')')' + b'$

Soluzione

Il primo esercizio riguarda la proprietá del consenso

$x = bd + ab'c' + ac'd + abc + a'cd + acd' + ab'd'$

$x = bd + ab'c' + abc + a'cd + acd' + ab'd'$ consenso fra bd e $ab'c'$

$x = bd + ab'c' + a'cd + acd' + ab'd'$ consenso fra bd e acd'

$x = bd + ab'c' + a'cd + acd'$ consenso fra $ab'c'$ e acd'

Il secondo le leggi De Morgan

$x = (a + (b(c + d)')')' + b'$

$x = a'(b(c + d)')'' + b'$ De Morgan

$x = a'(b(c + d)') + b'$ involuzione

$x = a'(bc'd') + b'$ De Morgan e propr. associativa del prodotto

$x = a'bc'd' + b'$ propr. associativa del prodotto

$x = a'c'd' + b'$ semplificazione