

Problema 07

[BDAF - 5]. Due uomini partono contemporaneamente da un punto O in due direzioni diverse e percorrono in linea retta un equal cammino h . Calcolare l'angolo tra le due direzioni:

1. nel caso che la somma vettoriale degli spostamenti abbia modulo h ;
2. nel caso che la differenza vettoriale abbia modulo h ;
3. nel caso che la somma e la differenza vettoriale abbiano equal modulo.

Soluzione.

Dal teorema di Carnot, valgono le seguenti relazioni:

$$|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab \cos \theta$$

$$1. \quad |\vec{a} + \vec{b}|^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta = 2h^2 + 2h^2 \cos \theta$$

$$2h^2 + 2h^2 \cos \theta = h^2$$

$$1 + \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{2}{3}\pi$$

$$2. \quad |\vec{a} - \vec{b}|^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta = 2h^2 - 2h^2 \cos \theta$$

$$2h^2 - 2h^2 \cos \theta = h^2$$

$$1 - \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$

(triangolo equilatero).

$$3. \quad 2h^2 - 2h^2 \cos \theta = 2h^2 + 2h^2 \cos \theta$$

$$\cos \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

(quadrato).

C.V.D.