

Problema 03

L'automobilista 1 viaggia in autostrada con velocità costante in modulo pari a $v_{01} = 81 \text{ Km/h}$. A un certo punto l'automobilista 2 fa il proprio ingresso in autostrada con una velocità iniziale di $v_{02} = 54 \text{ Km/h}$, precedendo l'automobilista 1 di una distanza $d = 100 \text{ m}$. Per i primi $T = 30 \text{ s}$ a partire dal proprio ingresso, l'automobilista 2 procede con un'accelerazione costante pari a $a = 1/3 \text{ m/s}^2$, dopo i quali smette di accelerare. L'automobilista 2 deve frenare prima o poi per evitare lo scontro? Quanto vale la distanza minima tra le due auto? Dopo quanto tempo dall'ingresso di 2 le due auto si trovano alla minima distanza?

Soluzione.

Il problema é unidimensionale, pertanto si omette il simbolo di vettore. Sia $v_2(t)$ la velocità di 1 rispetto all'autostrada in funzione del tempo t . Allora vale:

$$v_2(t) = \begin{cases} v_{02} + a t & (0 < t < T) \\ v_{02} + a T & (t \geq T) \end{cases}$$

Numericamente, si hanno:

$$v_{01} = 81 \text{ Km/h} = 22.5 \text{ m/s}$$

$$v_{02} = 54 \text{ Km/h} = 15.0 \text{ m/s}$$

$$v_{02} + a T = (15 + \frac{1}{3} 30) \text{ m/s} = 25 \text{ m/s} \text{ (velocità finale di 2)}$$

Si considera il moto di 2 relativo a un sistema di riferimento solidale a 1; sia $v'_2(t)$ la velocità di 2 relativa a 1 al tempo t . Da ciò segue:

$$v'_2(t) = v_2(t) - v_{01} = \begin{cases} v_{02} - v_{01} + a t & (0 < t < T) \\ v_{02} - v_{01} + a T & (t \geq T) \end{cases}$$

Detto $x'_2(t)$ la posizione di 2 rispetto a 1 al tempo t , segue:

$$r'_2(t) = r'_2(0) + \int_0^t v'_2(\tau) d\tau = d + \int_0^t v'_2(\tau) d\tau$$

$$r'_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} a t^2 - (v_{01} - v_{02}) t + d & (0 < t < T) \\ \frac{1}{2} a T^2 - (v_{01} - v_{02}) T + d + (a T - v_{01} + v_{02}) (t - T) & (t \geq T) \end{cases}$$

Si nota che la funzione del tempo $r'_2(t)$ é un arco di parabola nell'intervallo $0 < t < T$, mentre é una retta per $t \geq T$. Il tempo t_m corrispondente al vertice della parabola vale:

$$t_m = \frac{(v_{01} - v_{02})}{a} = 22.5 \text{ s} < T$$

Se la posizione di 2 rispetto a 1 al tempo t_m é positiva, allora l'automobilista 1 non deve frenare per evitare lo scontro:

$$r'_2(t_m) = \frac{1}{2} a \left[\frac{(v_{01} - v_{02})}{a} \right]^2 - (v_{01} - v_{02}) \frac{(v_{01} - v_{02})}{a} + d = d - \frac{(v_{01} - v_{02})^2}{2a}$$

$$r'_2(t_m) \simeq 15.6 \text{ m} \quad \Rightarrow \text{Distanza minima dopo } t_m = 22.5 \text{ s. C.V.D.}$$