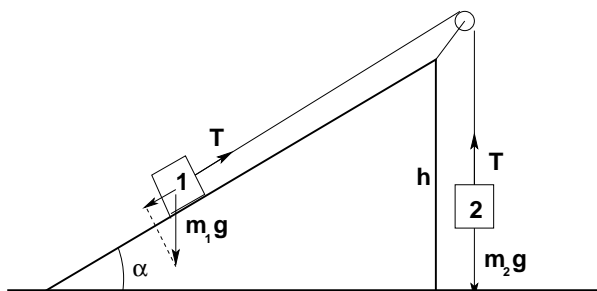


## Problema 06

Due corpi 1 e 2 di massa rispettivamente  $m_1 = 1 \text{ Kg}$  e  $m_2 = 3 \text{ Kg}$  sono legati da una fune inestensibile, di massa nulla e di lunghezza  $2h$ , dove  $h = 2 \text{ m}$  è l'altezza di un piano inclinato senza attrito con angolo  $\alpha = 30^\circ$ . Al tempo  $t = 0 \text{ s}$ , il corpo 1 è alla base del piano inclinato, mentre il corpo 2 è alla sommità, libero di precipitare. Si chiede: quanto tempo impiega il corpo 2 per giungere a terra? Il corpo 1 riesce ad arrivare fino alla sommità del piano inclinato? In caso positivo, dire con quale velocità si proietta nel vuoto.

**Soluzione.**



La fune esercita su ciascuno dei due corpi una tensione di modulo  $T$  per il fatto che ha massa nulla e per il terzo principio della dinamica. Per l'inesestensibilità della fune, i due corpi hanno la stessa velocità e accelerazione lineare (fino a quando la fune è tesa, ossia fino a quando il corpo 2 è sospeso), che chiamiamo  $v$  e  $a$  rispettivamente. Possiamo quindi applicare il secondo principio della dinamica per entrambi i corpi come segue:

$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \sin \alpha \\ m_2 a = m_2 g - T \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1 \sin \alpha}{m_1 + m_2} g = \frac{5}{8} g$$

ovvero il moto di entrambi è uniformemente accelerato, con accelerazione  $a = \frac{5}{8} g$ . Detta  $z_2(t)$  l'altezza del corpo 2 al tempo  $t$ , il tempo di caduta  $t_c$  è pertanto dato dalla condizione:  $z_2(t_c) = 0$ :

$$z_2(t) = -\frac{1}{2} \frac{5}{8} g t_c^2 + h = 0 \Rightarrow t_c = 4 \sqrt{\frac{h}{5g}} \simeq 0.81 \text{ s}$$

Per ricavare la velocità del corpo 1 al momento dell'impatto al suolo del corpo 2, si possono percorrere due strade: primo: poiché la velocità in modulo è la stessa per entrambi, basta semplicemente valutare quella di 2 come segue:

$$v(t_c) = a t_c = \frac{5}{8} g 4 \sqrt{\frac{h}{5g}} = \sqrt{\frac{5}{4} g h}$$

Alternativamente, si può ricavare tale velocità semplicemente applicando la conservazione dell'energia meccanica del sistema:

$$m_2 g h = \frac{1}{2} m_1 v^2(t_c) + m_1 g h \sin \alpha + \frac{1}{2} m_2 v^2(t_c)$$

Dal momento in cui 2 impatta al suolo, dissipa la sua energia nell'urto totalmente anelastico, la fune non è più tesa e il corpo 1 procede in modo autonomo. A questo punto applichiamo

la conservazione dell'energia meccanica al solo corpo 1: detta  $v_f$  la velocità finale con cui 1 arriva alla sommità del piano inclinato, deve valere la seguente:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2(t_c) + m_1 g h \sin \alpha = \frac{1}{2} m_1 v_f^2 + m_1 g h$$

$$\frac{1}{2} v_f^2 = \frac{1}{2} \frac{5}{4} g h + g h (\sin \alpha - 1) \Rightarrow v_f = \frac{1}{2} \sqrt{g h} \simeq 2.21 \text{ m/s}$$

In conclusione, il corpo 1 riesce a giungere alla sommità del piano inclinato e con una velocità pari a circa 2.21 m/s.

C.V.D.