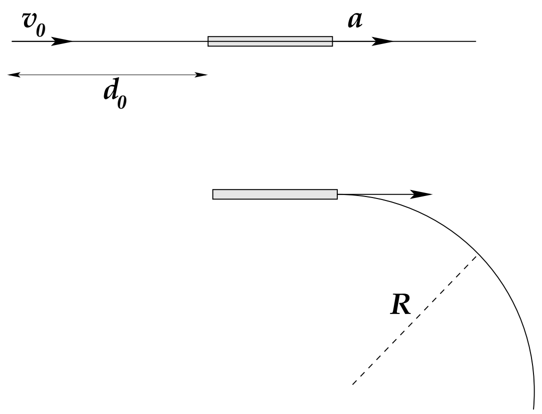
Fisica I. Prima Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 15/01/2010

PROBLEMA 1

Un treno parte dalla stazione con accelerazione costante $a = 2$ m/s^2 lungo un binario rettilineo. Nel momento in cui il treno parte, un ragazzo in motorino viaggia lungo una strada parallela e molto vicina al binario con una velocità costante v_0 nel tentativo di raggiungere la sua ragazza seduta sul treno. All'istante iniziale la distanza che li separa vale $d_0 = 64$ m (figura pannello superiore).

1. Si trovi il valore minimo di v_0 che il ragazzo deve avere per raggiungere la ragazza. Detto v_m tale valore, si trovi il tempo t_r impiegato nella rincorsa nel caso $v_0 = v_m$.

2. Trascorso un tempo $t_a = 15$ s dalla partenza, il treno smette di accelerare e inizia a percorrere un tratto di binario con raggio di curvatura circolare pari a $R = 100$ m (figura pannello inferiore) con velocità costante in modulo. Si dica quale forza apparente agisce sulla ragazza, quando è seduta, e se ne calcoli il valore. Supponendo che la ragazza inizi a camminare con velocità (relativa al treno) costante $v' = 7.2$ Km/h lungo il corridoio e in direzione contraria a quella di moto del treno, si dica se e quale altra forza apparente agente su di lei entra in gioco e se ne calcoli il valore. La massa della ragazza vale $m = 60$ Kg.



Si trascuri la distanza tra il tratto rettilineo del binario e la strada parallela percorsa dal ragazzo. Nel punto 2. si noti che la velocità con cui il treno percorre il tratto circolare è quella derivata dal moto uniformemente accelerato dopo un tempo t_a.

Soluzione.

1. Dette $x_1(t)$ e $x_2(t)$ le coordinate del ragazzo e della ragazza in funzione del tempo t, rispettivamente, si ha:

$$x_1(t) = v_0\,t \tag{1}$$

$$x_2(t) = d_0 + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \tag{2}$$

Al tempo t_r in cui la rincorsa si conclude con esito positivo, vale necessariamente l'uguaglianza $x_1(t_r) = x_2(t_r)$, imponendo la quale si ottiene la seguente equazione di secondo grado in t_r:

$$a\,t_r^2 - 2\,v_0\,t_r + 2\,d_0 = 0 \tag{3}$$

Le soluzioni della (3) valgono:

$$t_r = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2\,a\,d_0}}{a} \tag{4}$$

Dalla condizione che il discriminante della (4), $\Delta = v_0^2 - 2\,a\,d_0$, sia positivo segue la condizione su v_0 che corrisponde al valore minimo cercato, v_m:

$$v_0 \;\geq\; v_m \;=\; \sqrt{2\,a\,d_0} \;=\; 16 \text{ m/s} \;=\; 57.6 \text{ Km/h} \tag{5}$$

Nel caso $v_0 = v_m$, t_r è dato dalla (4):

$$t_r = \sqrt{\frac{2\,d_0}{a}} = 8 \text{ s} \tag{6}$$

2. La velocità finale dopo un tempo t_a vale semplicemente $v_a = a\, t_a$. Poich‘e nel tratto circolare tale velocità rimane costante in modulo, il moto diviene circolare uniforme. Considerando un sistema di riferimento centrato nel centro di curvatura e che ruota solidalmente al treno, quando la ragazza è ferma sul treno, l'unica forza apparente agente è la forza centrifuga $\vec{F}_c$, diretta radialmente verso l'esterno e il cui modulo vale:

$$F_c \;=\; m\,\frac{v_a^2}{R} \;=\; m\,\frac{(a\,t_a)^2}{R} \;=\; 540 \text{ N} \tag{7}$$

Quando la ragazza cammina nel treno, entra in gioco anche la forza di Coriolis: $\vec{F}_{co} = -2\,m\,\vec{\omega} \times \vec{v}'$. In particolare, dalla figura in basso, si vede che il vettore $\vec{\omega}$ è normale al piano orizzontale con verso entrante (essendo la rotazione del treno in senso orario) e vale in modulo: $\omega = v_a/R$. Essendo $\vec{v}'$ anti-parallela al vettore velocità del treno, segue che $\vec{F}_{co}$ è diretta radialmente verso il centro di rotazione, con modulo:

$$F_{co} \;=\; 2\,m\,\frac{v_a}{R}\,v' = \;2\,m\,\frac{a\,t_a}{R}\,v' \;=\; 72 \text{ N} \tag{8}$$

C.V.D.