Fisica I. Sessione Straordinaria AA < 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 26/11/2010

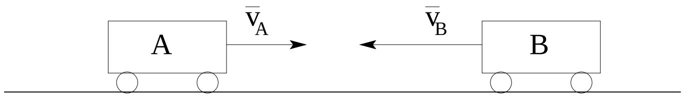
PROBLEMA 1

Due treni A e B di masse $m_A = 300$ Kg and $m_B = 100$ Kg viaggiano con velocità costanti $v_A = 60$ Km/h e $v_B = 120$ Km/h lungo lo stesso tratto rettilineo e in versi opposti (v. Figura).

1. Dopo l'urto i due treni proseguono nel loro moto attaccati. Si determini la velocitá finale v_f e si dica se l'urto è elastico o anelastico.

2. Supponendo che all'istante $t = 0$, quando la distanza che separa i due convogli vale $d_0 = 1$ Km, il macchinista del treno A inizi ad applicare una forza motrice costante diretta nel verso opposto al moto, si trovi il valore minimo di tale forza, F_A, per poter evitare l'impatto (il treno B prosegue indisturbato nel suo moto uniforme).

Si trascuri l'attrito delle rotaie.



Soluzione.

1. Durante l'urto si conserva la quantità di moto totale:

$$m_A\,\vec{v}_A + m_B\,\vec{v}_B \;=\; (m_A + m_B)\,\vec{v}_f \tag{1}$$

Proiettando lungo l'unica direzione di interesse e assumendo come positivo il verso da sinistra verso destra, segue:

$$m_A\,v_A - m_B\,v_B \;=\; (m_A + m_B)\,v_f \tag{2}$$

$$v_f \;=\; \frac{m_A\,v_A - m_B\,v_B}{m_A + m_B} \;=\; 15 \text{ Km/h} \tag{3}$$

L'urto è totalmente anelastico, in quanto viene dissipata integralmente l'energia cinetica nel sistema del centro di massa. Infatti, dopo l'urto l'intero sistema dei due treni procede solidalmente al centro di massa del sistema. L'energia cinetica persa è dissipata durante l'impatto.

2. Consideriamo un sistema di riferimento solidale al treno A. Detta a_A l'accelerazione del treno A, si ha:

$$\vec{F}_A \;=\; m_A\,\vec{a}_A \tag{4}$$

proiettando (il segno negativo spiega la decelerazione):

$$-F_A \;=\; m_A\,(-a_A) \quad\Rightarrow\quad a_A \;=\; \frac{F_A}{m_A} \tag{5}$$

L'accelerazione di B nel sistema solidale ad A, a'_B, vale:

$$\vec{a}'_B \;=\; \vec{a}_B - \vec{a}_A \quad\Rightarrow\quad a'_B \;=\; 0 - (-a_A) \;=\; a_A \tag{6}$$

Analogamente per le velocità iniziali:

$$\vec{v}'_B \;=\; \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad\Rightarrow\quad v'_B \;=\; -v_B - v_A \;=\; -(v_A + v_B) \tag{7}$$

Detta $x'(t)$ la coordinata di B nel sistema solidale ad A al tempo t, vale:

$$x'(t) \;=\; \frac{1}{2}\,a'_B\,t^2 + v'_B\,t + d_0 \;=\; \frac{1}{2}\,a_A\,t^2 - (v_A + v_B)\,t + d_0 \tag{8}$$

Richiedere che non avvenga l'impatto è equivalente a chiedere che l'equazione $x'(t) = 0$ non abbia soluzioni reali. Essendo un'equazione di secondo grado, è equivalente a chiedere che il discriminante sia negativo, $\Delta < 0$:

$$\Delta \;=\; (v_A + v_B)^2 - 2\,a_A\,d_0 \;<\; 0 \quad\Rightarrow\quad a_A > \frac{(v_A + v_B)^2}{2\,d_0} \tag{9}$$

Trasferendo la condizione su F_A in base alla (5), si ottiene:

$$F_A > \frac{1}{2}\,\frac{m_A\,(v_A + v_B)^2}{d_0} \;=\; 375\ \mathrm{N} \tag{10}$$

Vale la pena di notare come lo stesso risultato era ottenibile nel sistema di riferimento solidale a B, in cui la velocità di A relativa a B vale in modulo sempre $(v_A + v_B)$. Chiedendo che il lavoro compiuto dalla forza frenante, $F_A\,d_0$ sia uguale all'energia cinetica di A in tale sistema di riferimento, si ottiene esattamente la (10).

C.V.D.