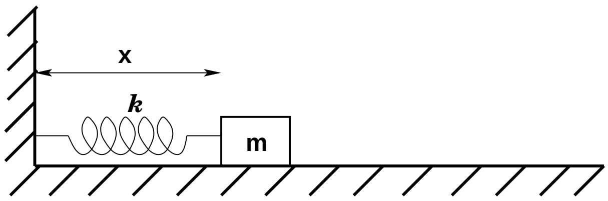
Problema 1

Su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $f_s = 0.9$ e dinamico $f_d = 0.8$ è posto un blocco di massa $m = 3$ Kg, attaccato a una molla di costante elastica $k = 10$ N/m come mostrato in figura. Detta x la lunghezza della molla a un istante generico, si ha che la molla è in posizione di riposo quando $x = 0$. Si chiedono i seguenti:

1. *quanto vale la distanza minima x_m tale che il blocco, partendo da fermo, inizia a muoversi verso la parete? (Si ricorda che, affinchè il blocco si muova sotto l'azione della forza di richiamo della molla, deve vincere l'attrito esercitato dal piano)*
2. *Una volta che il blocco si muove verso la parete, calcolare la lunghezza x_0 in corrispondenza della quale l'accelerazione del blocco si annulla istantaneamente.*
3. *Supponendo che il blocco, inizialmente in quiete quando la lunghezza della molla vale $x_1 = 5$ m, si chiede di calcolare la velocità v del blocco quando la lunghezza della molla vale $x_2 = 3$ m.*

Si usi $g = 9.81$ m/s^2.



Soluzione.

1. La lunghezza minima x_m della molla per la quale il blocco inizia a muoversi è data imponendo che la forza esercitata dalla molla sul blocco sia uguale e contraria alla forza massima che l'attrito statico può opporre:

$$kx_m = F_s^{(\max)} = f_s mg \quad \rightarrow \quad x_m = \frac{f_s mg}{k} \simeq 2.65 \text{ m}$$

2. Una volta in moto, oltre alla forza elastica il blocco risente della forza di attrito dinamico, diretta in senso contrario al moto. Per calcolare la lunghezza x_0 per la quale il blocco ha accelerazione nulla, si applica la seconda legge della dinamica al blocco, imponendo l'annullamento dell'accelerazione:

$$-kx_0 + f_d mg = ma = 0 \quad \rightarrow \quad x_0 = \frac{f_d mg}{k} \simeq 2.35 \text{ m}$$

3. Il blocco è sottoposto all'azione della forza elastica, che è conservativa, e a quella d'attrito, non conservativa. Pertanto, detta E_1 e E_2 le energie totali del blocco iniziale e finale rispettivamente, $\mathcal{L}_a$ il lavoro dell'attrito, si ha:

$$E_2 = E_1 + \mathcal{L}_a$$

dove:

$$E_1 = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$

$\mathcal{L}_a = -f_d\, m\, g\, (x_1 - x_2)$

da cui segue:

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2) - f_d\, m\, g\, (x_1 - x_2)$

$v^2 \ = \ \frac{k}{m}(x_1^2 - x_2^2) - 2f_d\, g\, (x_1 - x_2)$

sostituendo i valori numerici, si ottiene: $v \ \simeq \ 4.68$ m/s.

C.V.D.