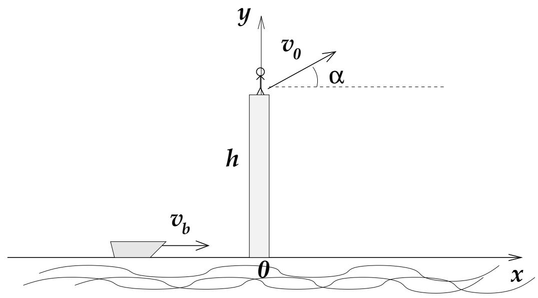
Fisica I. Prima Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 19/02/2010

PROBLEMA 1

Un individuo di massa $m = 70$ Kg è sulla cima di un ponte sopra un fiume ad altezza $h = 8$ m, lungo il quale scorre una barca di massa $M = 150$ Kg con moto rettilineo uniforme con velocità $v_b = 10.8$ Km/h. Al tempo $t = 0$ l'individuo salta dal ponte in avanti con una velocità iniziale in modulo $v_0 = 25$ Km/h e un angolo rispetto all'orizzonte pari ad $\alpha = 30°$.

1. Si calcoli v', la velocità finale della barca+individuo una volta che questo vi è atterrato sopra.
2. Si consideri un sistema di riferimento cartesiano Oxy con l'asse x coincidente con la direzione del fiume, nel verso di moto della barca, un asse y verticale e con origine O nel punto dove sta il ponte (v. figura). Si trovi la coordinata x_{0b} della barca nell'istante in cui l'individuo spicca il volo, ovvero al tempo $t = 0$.

Si usi $g = 9.81$ m/s^2. Si trascuri ogni forma di attrito e si considerino individuo, ponte, barca puntiformi.



Soluzione.

1. Lungo l'asse x a cavallo dell'"urto" si conserva la componente orizzontale della quantità di moto totale del sistema individuo+barca:

$$M\,v_b + m\,v_0\,\cos\alpha \;=\; (M+m)\,v' \tag{1}$$

$$v' \;=\; \frac{M\,v_b + m\,v_0\,\cos\alpha}{M+m} \;=\; 3.96\text{ m/s} \;=\; 14.25\text{ Km/h} \tag{2}$$

Si ricorda che per $\alpha = 30°$ valgono $\sin\alpha = 1/2$ e $\cos\alpha = \sqrt{3}/2$.

2. Siano $\Big(x_i(t), y_i(t)\Big)$ le coordinate dell'individuo al tempo t e analogamente sia $x_b(t)$ la coordinata della barca al tempo t. Poichè quest'ultima si muove di moto rettilineo uniforme, vale la seguente:

$$x_b(t) \;=\; v_b\,t + x_{0b} \tag{3}$$

dove x_{0b} è la coordinata al tempo $t = 0$, che è l'incognita da trovare.

Per l'individuo, valgono le seguenti:

$$x_i(t) \;=\; v_0\,t\,\cos\alpha \tag{4}$$
$$y_i(t) \;=\; h + v_0\,t\,\sin\alpha - \frac{1}{2}\,g\,t^2 \tag{5}$$

Il legame tra la posizione dell'individuo e quella della barca è tale per cui, nell'istante in cui l'individuo giunge al livello dell'acqua, la sua coordinata x deve eguagliare quella della barca, altrimenti finirebbe in acqua. Detto t_c il tempo di caduta dell'individuo, deve quindi valere: $x_i(t_c) = x_b(t_c)$. Per determinare t_c, basta imporre $y_i(t_c) = 0$:

$$y_i(t_c) \;=\; h + v_0\,t_c\,\sin\alpha - \frac{1}{2}\,g\,t_c^2 \;=\; 0 \tag{6}$$

La soluzione della (6) è quella di un'equazione di secondo grado in t_c:

$$t_c \;=\; \frac{v_0\,\sin\alpha \pm \sqrt{v_0^2\,\sin^2\alpha + 2\,g\,h}}{g} \;=\; 1.679\ \mathrm{s} \tag{7}$$

Nella (7) scartiamo la soluzione col segno "–" in quanto il valore di t_c non può essere negativo, dal momento che l'individuo si getta al tempo $t = 0$. Uguagliando le due coordinate x al tempo t_c, otteniamo:

$$x_b(t_c) \;=\; x_i(t_c) \quad\Rightarrow\quad x_{0b} \;=\; (v_0\,\cos\alpha - v_b)\,t_c \;=\; 5.06\ \mathrm{m} \tag{8}$$

C.V.D.