Problema 1

Un sottomarino di massa $M = 100$ t si muove di moto rettilineo uniforme inizialmente con velocità $v_0 = 10$ m/s. A un certo punto lancia un siluro di massa $m = \frac{M}{20}$ lungo la direzione del moto, in modo tale che la velocità relativa del siluro rispetto al sottomarino dopo il lancio vale $v_r = 10\, v_0$. Successivamente, il sottomarino lancia un altro siluro identico al primo, ma in direzione opposta, avente anch'esso la stessa velocità relativa in modulo v_r rispetto al sottomarino. Dette v_1 e v_2 le velocità del sottomarino rispettivamente dopo il primo e secondo lancio, si chiede di calcolare i seguenti:

1. *quanto vale v_1?*
2. *Quanto vale v_2? È uguale a v_0?*
3. *Sapendo che la potenza dei motori del sottomarino vale $P = 0.1$ MW, partendo da una velocità iniziale pari a v_0, dire per quanto tempo bisogna tenere accesi i motori affinchè il sottomarino acquisti una velocità finale pari a $v_f = 2\, v_0$ (solo per questo punto, si assuma che il sottomarino abbia ancora a bordo entrambi i siluri; in altre parole, che la sua massa valga M).*

Attenzione: M indica la massa del sottomarino comprensiva dei due siluri; ovvero, dopo avere lanciato un siluro, la sua massa sarà $(M - m)$. Analogamente, dopo il secondo lancio la sua massa sarà . . . .
Si trascuri la resistenza dell'acqua.

Soluzione.

1. Durante il lancio, si conserva la quantità di moto totale in quanto lungo la direzione del moto non agiscono forze esterne al sistema sottomarino-siluri. Detta v_{1s} la velocità del primo siluro, per i moti relativi questa vale:

   $$v_{1s} \;=\; v_1 + v_r$$

   da cui segue:

   $$M\, v_0 \;=\; (M - m)\, v_1 + m\, v_{1s} \;=\; (M - m)\, v_1 + m\,(v_1 + v_r)$$

   $$M\, v_0 \;=\; M\, v_1 + m\, v_r \quad \rightarrow \quad \boxed{v_1 = v_0 - \frac{m}{M}\, v_r \;=\; \frac{v_0}{2} \;=\; 5 \text{ m/s}}$$

2. Formalmente il punto 2. è identico al punto 1., pertanto sfruttiamo l'espressione trovata al punto precedente, dopo aver mutato il necessario: al posto di v_0 ora si ha v_1 (nuova velocità del sottomarino prima del secondo lancio); al posto di v_1 abbiamo v_2; al posto di v_r (prima diretta lungo il verso positivo del moto) abbiamo ora $-v_r$, in quanto diretta in verso opposto. Infine, la massa del sottomarino passa da M a $M - m$ dopo il primo lancio. Pertanto, l'espressione trovata prima diviene la seguente:

   $$v_2 \;=\; v_1 - \frac{m}{M - m}\,(-v_r)$$

   da cui, sostituendo l'espressione ottenuta per v_1, si ottiene:

$$\boxed{v_2 \;=\; v_0 + \frac{m^2}{(M-m)\,M}\, v_r \;=\; \frac{39}{38}\, v_0 \;\simeq\; 10.26 \text{ m/s}}$$

Quindi, la velocità del sottomarino dopo i due lanci non è uguale a v_0, ma leggermente superiore.

3. (Dal testo del problema, si sa che non è ancora avvenuto alcun lancio). Poichè l'unica forza che compie lavoro in questo caso è quella prodotta dai motori del sottomarino, per il teorema di conservazione dell'energia, segue che il lavoro prodotto da questi in un tempo $\Delta\, t$ è uguale alla variazione di energia del sottomarino:

   $$P\, \Delta\, t \;=\; \tfrac{1}{2}\, M\, v_f^2 - \tfrac{1}{2}\, M\, v_0^2$$

   (solo energia cinetica, in quanto il sottomarino non cambia mai quota, stando al problema, ragion per cui l'energia potenziale può essere ignorata). Quindi, si ricava immediatamente $\Delta\, t$:

   $$\boxed{\Delta\, t \;=\; \frac{M\,(v_f^2 - v_0^2)}{2\,P} \;=\; \frac{3\,M\,v_0^2}{2\,P} \;=\; 150 \text{ s} \;=\; 2^{\text{min}}\;\; 30^{\text{s}}}$$

C.V.D.