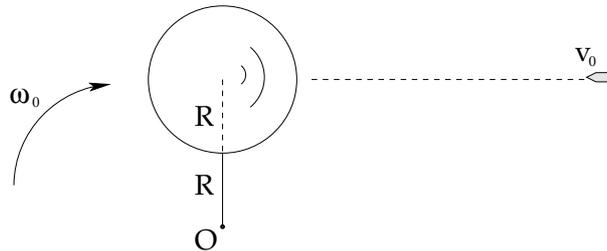


PROBLEMA 3B (AA PRECEDENTI)

Su un piano orizzontale privo di attrito una sfera omogenea di raggio $R = 50$ cm e massa $M = 80$ Kg è attaccata a un'asta rigida di lunghezza R e massa trascurabile. Il tutto ruota con velocità angolare iniziale $\omega_0 = 6$ rad/s attorno al centro O in senso orario, come in figura (il centro della sfera dista $2R$ dal centro di rotazione O).

1. Si trovi l'energia cinetica iniziale della sfera, K_0 .
2. A un certo istante un proiettile di massa $m = M/100$ viene sparato orizzontalmente con velocità $v_0 = 100 \omega_0 R$ in direzione opposta a quella del moto della sfera. La traiettoria del proiettile è una retta che dista $2R$ dal centro O . Il proiettile si conficca nella sfera. Si trovi il valore della velocità angolare finale ω_f (si consideri costante il momento d'inerzia della sfera prima e dopo l'impatto con il proiettile, visto che vale $m \ll M$).



Soluzione.

1. Detto $I_c = 2/5 M R^2$ il momento d'inerzia della sfera omogenea relativo a un asse centrale, detto I il momento d'inerzia della stessa relativo a un asse parallelo, normale al piano e passante per il centro di rotazione O , per il teorema di Huygens-Steiner vale:

$$I = I_c + M (2R)^2 = \frac{22}{5} M R^2 \quad (1)$$

L'energia cinetica iniziale della sfera è quindi data dalla seguente:

$$K_0 = \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{11}{5} M (\omega_0 R)^2 = 1584 \text{ J} \quad (2)$$

2. Ciò che si conserva a cavallo dell'urto non è certamente l'energia cinetica totale del sistema sfera+proiettile (urto chiaramente anelastico), ma il momento angolare totale (ad es. rispetto al polo O).

Prendendo come verso positivo quello entrante nel foglio, il momento angolare della sfera risulta positivo, mentre negativo è il termine dovuto al proiettile:

$$I \omega_0 - 2 R m v_0 = I \omega_f \quad (3)$$

come suggerito dal problema stesso, abbiamo trascurato la variazione di momento d'inerzia che la sfera subisce dopo che il proiettile vi si è conficcato dentro. Questo è vero nella misura in cui m è trascurabile rispetto a M (che è vero nel nostro caso, visto che il rapporto vale $1/100$).

Sfruttando i dati del problema: $v_0 = 100 \omega_0 R$, $M = 100 m$ segue:

$$\omega_f = \omega_0 - \frac{2 R m (100 \omega_0 R)}{22/5 M R^2} = \omega_0 \left(1 - \frac{5}{11} \right) = \frac{6}{11} \omega_0 = 3.27 \text{ rad/s} \quad (4)$$

C.V.D.