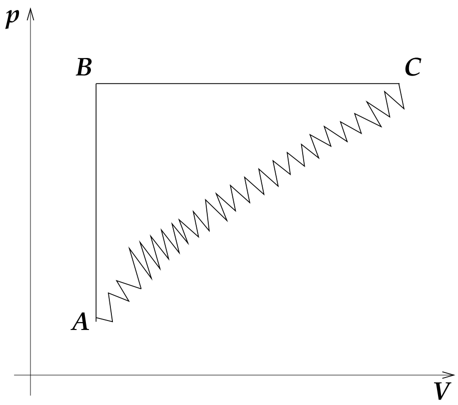
Fisica I. Prima Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 22/12/2009

PROBLEMA 3A (AA 2009-10)

Due moli di gas perfetto biatomico compiono il ciclo ABC mostrato nel piano di Clapeyron mostrato in figura. Le trasformazioni A→B e B→C sono reversibili, mentre C→A è irreversibile. La trasformazione A→B è isocora, mentre la B→C è isobara. Nel punto A sono date la pressione $p_A = 3$ bar e il volume $V_A = 10$ l. Il calore ricevuto dal gas nella trasformazione A→B vale $Q_{AB} = 300$ cal. Nel punto C il volume vale $V_C = 3\,V_A$. Si determinino i seguenti:

1. il valore della temperatura in B, T_B, espressa in °C. Si calcoli la variazione di energia interna complessiva del gas, ΔU, ottenuta sull'intero ciclo.
2. Il valore (in cal) del calore ricevuto dal gas, Q_{BC}, durante la trasformazione B→C.



Soluzione.

1. In A sono dati la pressione, $p_A = 3\times 10^5$ Pa, $V_A = 10^{-2}$ m^3, il numero di moli, $n = 2$. Dall'equazione di stato dei gas perfetti si ricava la temperatura assoluta in A, T_A:

$$p_A\,V_A \;=\; n\,R\,T_A \quad\Rightarrow\quad T_A \;=\; \frac{p_A\,V_A}{n\,R} \;=\; 180.5\ °\mathrm{K} \tag{1}$$

Poichè la trasformazione A→B è a volume costante, il calore scambiato è legato alla variazione di temperatura come segue:

$$n\,c_v\,(T_B - T_A) \;=\; Q_{AB} \tag{2}$$

dove $c_v = \frac{5}{2}\,R$ è il calore specifico molare di un gas biatomico a volume costante. Si ricava pertanto la temperatura, T_B:

$$T_B \;=\; T_A + \frac{Q_{AB}}{n\,c_v} \;=\; \frac{p_A\,V_A}{n\,R} + \frac{Q_{AB}}{n\,c_v} \;=\; \frac{p_A\,V_A}{2\,R} + \frac{Q_{AB}}{5\,R} \;=\; 210.7\ °\mathrm{K} \;=\; -62.5\ °\mathrm{C} \tag{3}$$

La variazione di energia interna, ΔU, sull'intero ciclo è banalmente nulla, in quanto il punto di partenza, A, è lo stesso di arrivo. Essendo l'energia interna una funzione di stato, i suoi valori iniziale e finale sono ovviamente gli stessi. Vale quindi $\Delta U = 0$.

2. Essendo la trasformazione B→C a pressione costante, vale la seguente:

$$n\,c_p\,(T_C - T_B) \;=\; Q_{BC} \tag{4}$$

dove $c_p = \frac{7}{2}\,R$ è il calore specifico molare di un gas biatomico a pressione costante. Per calcolare Q_{BC} serve prima ricavare T_C. A tal fine, basta considerare l'equazione di stato del gas nei punti B e C:

$$p_B\,V_B \;=\; n\,R\,T_B \tag{5}$$
$$p_C\,V_C \;=\; n\,R\,T_C \tag{6}$$

Facendo il rapporto membro a membro e usando il fatto che $p_B = p_C$, si ottiene:

$$\frac{T_C}{T_B} \;=\; \frac{V_C}{V_B} \;= \frac{V_C}{V_A} \;=\; 3 \tag{7}$$

Vale quindi: $(T_C - T_B) \;=\; 2\,T_B$.

Possiamo infine ricavare Q_{BC} dalla (4):

$$Q_{BC} \;= 2\,n\,c_p\,T_B \;=\; 2\,(\frac{c_p}{R}\,p_A\,V_A + \frac{c_p}{c_v}\,Q_{AB}) \tag{8}$$

$$Q_{BC} \;=\; 7\,p_A\,V_A + \frac{14}{5}\,Q_{AB} \;=\; 24511\ \mathrm{J} \;=\; 5863\ \mathrm{cal} \tag{9}$$

C.V.D.