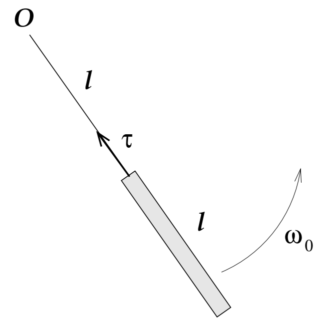
# Fisica I. Prima Sessione AA 2009-10.
# Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 19/02/2010

**PROBLEMA 2**

Una sbarra omogenea di lunghezza $l = 60$ cm e massa $m = 3$ Kg è legata da un'estremità a una fune anch'essa di lunghezza $l$ e massa trascurabile. La fune è fissata a un estremo nel punto O di un piano orizzontale privo di attrito. All'inizio il tutto (fune+sbarra) ruotano con velocità angolare costante $\omega_0 = 4\,\pi$ rad/s in senso antiorario. Si trovino i seguenti:

1. La tensione $\tau$ esercitata dalla fune sulla sbarra.
2. L'energia cinetica della sbarra.
3. Il momento angolare $\vec{L}$ della sbarra e si dica se si conserva nel tempo, motivando la risposta.




**Soluzione.**

1. Il centro di massa della sbarra ruota con velocità angolare costante $\omega_0$ a una distanza $r_c = 3/2\,l$ dal centro di rotazione. Quindi l'accelerazione cui è sottoposto vale $\omega_0^2\,r_c$. Poichè la tensione $\tau$ è l'unica forza esterna agente sulla sbarra con componente orizzontale non nulla, dalla prima legge cardinale della dinamica applicata alla sbarra segue:

$$\tau \;=\; m\,\omega_0^2\,r_c \;=\; \frac{3}{2}\,m\,\omega_0^2\,l \;=\; 426.37 \text{ N} \tag{1}$$

2. Per calcolare il momento d'inerzia della sbarra rispetto al centro di rotazione O, $I_o$, applichiamo il teorema di Huygens-Steiner:

$$I_o \;=\; I_c + m\,r_c^2 \tag{2}$$

dove $I_c = \frac{1}{12}\,m\,l^2$ è il momento d'inerzia relativo a un asse passante per il centro di massa della sbarra. Pertanto dalla (2) segue:

$$I_o \;=\; \frac{1}{12}\,m\,l^2 + \frac{9}{4}\,m\,l^2 \;=\; \frac{7}{3}\,m\,l^2 \tag{3}$$

A questo punto l'energia cinetica $K$ della sbarra è data semplicemente dalla seguente:

$$K \;=\; \frac{1}{2}\,I_o\,\omega_0^2 \;=\; \frac{7}{6}\,m\,\omega_0^2\,l^2 \;=\; 198.97 \text{ J} \tag{4}$$

3. Come si già è detto al punto 1., l'unica forza esterna agente è la tensione $\tau$ la quale è diretta radialmente lungo la congiungente centro di massa - centro di rotazione. Quindi il suo momento rispetto al polo O è nullo e quindi, per la seconda legge cardinale della dinamica, segue:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} \;=\; \vec{r}_c \times \vec{\tau} \;=\; 0 \tag{5}$$

Quindi $\vec{L}$ si conserva nel tempo. Poichè la sbarra in senso antiorario, $\vec{L}$ è diretto normalmente al piano, con verso uscente. Il suo modulo, $L$, è presto calcolato:

$$L \;=\; I_o\,\omega_0 \;=\; \frac{7}{3}\,m\,l^2\,\omega_0 \;=\; 31.67 \;\; \text{J}\cdot\text{s} \tag{6}$$

C.V.D.