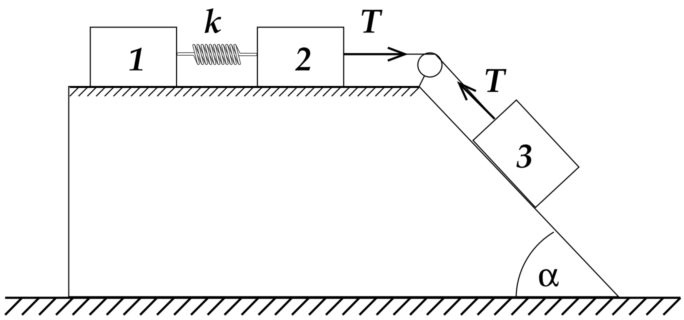
Fisica I. Prima Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 19/02/2010

PROBLEMA 3B (AA PRECEDENTI)

Sono dati tre corpi con masse $m_1 = m_3 = m$, $m_2 = 2\,m$, con $m = 1400$ g come mostrato in figura. Il tratto orizzontale, sul quale poggiano i corpi 1 e 2, presenta un coefficiente di attrito dinamico $f_d = \sqrt{2}/9$. I corpi 1 e 2 sono collegati da una molla di costante elastica $k = 20$ N/m e lunghezza a riposo nulla, mentre i corpi 2 e 3 sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile. La parte del piano inclinata di un angolo $\alpha = 45°$, non presenta alcun attrito. Sapendo che la lunghezza della molla è costante nel tempo, si chiede di determinare i seguenti:

1. il modulo dell'accelerazione a con cui si muovono tutti i corpi e la lunghezza della molla l.
2. Sapendo che al tempo $t = 0$ la velocità iniziale (in modulo) dei tre corpi è la stessa e vale $v_0 = 10$ cm/s, si trovi il lavoro compiuto dalle forze d'attrito, $\mathcal{L}_a$, al tempo $t = 2$ s.



Soluzione.

1. Prendendo come verso positivo quello per il quale il corpo 3 scende, applicando la seconda legge della dinamica a ciascuno dei 3 corpi e proiettando lungo la direzione del moto, si ottengono le corrispondenti 3 equazioni:

$$\begin{aligned} m\,a &= k\,l - f_d\,m\,g & (1)\\ 2\,m\,a &= -k\,l + T - 2\,f_d\,m\,g & (2)\\ m\,a &= -T + m\,g\,\sin\alpha & (3)\end{aligned}$$

dove T indica la tensione della corda. Sommando membro a membro, le 3 equazioni si ottiene:

$$4\,m\,a = (\sin\alpha - 3\,f_d)\;m\,g \qquad (4)$$

$$a = \frac{\sin\alpha - 3\,f_d}{4}\,g = \frac{\sqrt{2}}{24}\,g = 0.578 \;\; \mathrm{m/s^2} \qquad (5)$$

dove, oltre al dato del problema, si è usato: $\sin\alpha = \cos\alpha = \sqrt{2}/2$.

Per trovare l, basta sostituire la (5) nella (1):

$$l = \frac{(\sin\alpha + f_d)}{4}\,\frac{m\,g}{k} = \frac{11}{72}\sqrt{2}\,\frac{m\,g}{k} = 14.84 \;\; \mathrm{cm} \qquad (6)$$

2. Poichè si tratta di un moto uniformemente accelerato di cui è nota sia la velocità iniziale, v_0 che l'accelerazione a dal punto precedente, lo spazio percorso Δs vale:

$$\Delta s = v_0\,(t-0) + \frac{1}{2}\,a\,(t^2 - 0^2) = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 = 1.356 \text{ m} \qquad (7)$$

Le forze di attrito sono costanti nel tempo, per cui sommando il contributo della forza agente sul corpo 1 (1) e quella sul corpo 2 (2), segue:

$$\mathcal{L}_a = -f_d\,m\,g\,\Delta s - 2\,f_d\,m\,g\,\Delta s = -3\,f_d\,m\,g\left(v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2\right) = -8.78 \;\; \mathrm{J} \qquad (8)$$

C.V.D.