Fisica I. Terza Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 06/09/2010

PROBLEMA 1

A Ferrara un'automobile di massa $m = 15$ q parte da ferma all'istante $t_0 = 0$ s percorrendo un tratto di strada rettilineo. Dall'istante iniziale fino al tempo $t_1 = 5$ s l'automobile si muove di moto uniformemente accelerato con $a = 2$ m/s^2. Dall'istante t_1 in poi procede con velocità costante.

1. Si trovi la strada percorsa s all'istante $t_2 = 2$ minuti.
2. Sapendo che l'automobile viaggia in direzione da ovest a est e approssimando la latitudine di Ferrara a $\lambda = 45°$, si dicano quali forze apparenti agiscono sull'automobile e se ne calcolino le componenti parallele al terreno, calcolate all'istante t_2.

Si assuma la Terra di forma sferica di raggio $R = 6400$ Km e con velocità angolare attorno al proprio asse pari a $\omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad/s.

Soluzione.

1. Il tratto complessivo s percorso dall'automobile è costituito da due termini: il primo, s_1, percorso quando il moto è uniformemente accelerato e il secondo, s_2, quando il moto è rettilineo uniforme. Siccome la velocità iniziale è nulla, vale:

$$s_1 \;=\; \frac{1}{2}\, a\, (t_1 - t_0)^2 \;=\; \frac{1}{2}\, a\, t_1^2 \tag{1}$$

   All'istante t_1, la velocità dell'auto vale $v_1 = a\, t_1$ e da questo istante in poi la velocità rimane costante. Da ciò segue:

$$s_2 \;=\; v_1\, (t_2 - t_1) \;=\; a\, t_1\, (t_2 - t_1) \tag{2}$$

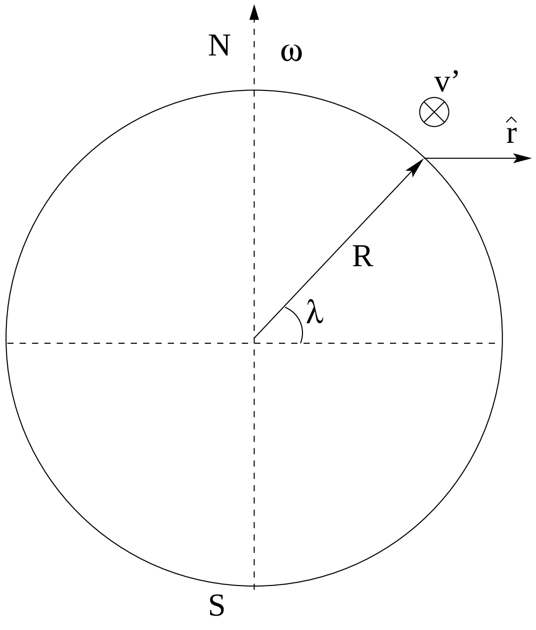
   Complessivamente, il tratto percorso vale:

$$s \;=\; s_1 + s_2 \;=\; a\, t_1 \left(\frac{t_1}{2} + t_2 - t_1\right) \;=\; a\, t_1 \left(t_2 - \frac{t_1}{2}\right) \;=\; 1.175 \text{ Km} \tag{3}$$

2. Essendo la Terra un sistema di riferimento non inerziale, per un osservatore riferito a essa entrano in gioco forze apparenti. Oltre alla forza centrifuga, $\vec{F}_c$ diretta in verso opposto all'asse di rotazione terrestre, in questo caso subentra anche la forza di Coriolis, $\vec{F}_{\text{Co}}$ dovuta al fatto che l'osservatore è in moto rispetto al suolo. Detto $\vec{R}$ il vettore posizione dell'osservatore in un sistema con origine nel centro della Terra, la forza centrifuga vale:

$$\vec{F}_c \;=\; -m\, \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) \;=\; m\, \omega^2\, R \cos\lambda\, \hat{r} \tag{4}$$

   dove $\hat{r}$ è il versore uscente normale all'asse di rotazione (v. figura).



Proiettando tale forza orizzontalmente rispetto al suolo dell'osservatore, ovvero tangenzialmente rispetto alla superficie terrestre, tale componente $F_{c,\mathrm{hor}}$ vale:

$$F_{c,\mathrm{hor}} \; = |\vec{F}_c| \, \sin\lambda \;=\; m\,\omega^2\,R\,\cos\lambda\,\sin\lambda \;=\; 25.37 \text{ N} \tag{5}$$

Detta $\vec{v}'$ la velocità dell'automobile rispetto al terreno all'istante t_2 (che sappiamo valere in modulo $v' = v_1 = a\,t_1$ dal punto precedente), la forza di Coriolis vale:

$$\vec{F}_{\mathrm{Co}} \;=\; -2\,m\,\vec{\omega}\times\vec{v}' \tag{6}$$

Facendo il prodotto vettoriale, tale forza risulta diretta anch'essa lungo $\hat{r}$ come la forza centrifuga: questo lo si vede tenendo conto che $\vec{v}'$ è perpendicolare al foglio con verso entrante nella figura. Poichè $\vec{\omega}$ e $\vec{v}'$ sono perpendicolari, vale:

$$\vec{F}_{\mathrm{Co}} \;=\; 2\,m\,\omega\,v'\;\hat{r} \;=\; 2\,m\,\omega\,(a\,t_1)\;\hat{r} \tag{7}$$

Come per la forza centrifuga, la sua proiezione sul suolo guadagna un fattore $\sin\lambda$, da cui:

$$F_{\mathrm{Co,hor}} \;=\; 2\,m\,\omega\,a\,t_1\,\sin\lambda \;=\; 1.54 \text{ N} \tag{8}$$

C.V.D.