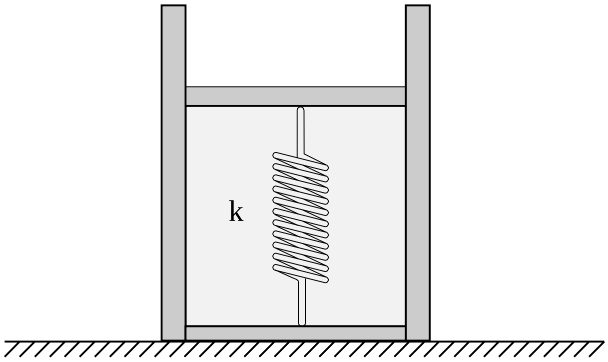
Fisica I. Seconda Sessione AA 2009-10.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 06/09/2010

PROBLEMA 3A (AA 2009-10)

Un cilindro con un pistone di massa e spessore trascurabili contiene al proprio interno $n = 5$ moli di gas perfetto monoatomico alla temperatura iniziale $T_0 = 100$ °C. All'interno del cilindro è data una molla fissata sul fondo del cilindro, di costante elastica $k = 2 \times 10^4$ N/m e di lunghezza a riposo nulla. All'inizio il sistema è in equilibrio statico e termico.

1. Si trovi l'altezza h_0 del pistone dalla base del cilindro.
2. Supponendo di bloccare il pistone all'altezza h_0, si trovi la temperatura finale del gas+molla, T_f, dopo aver trasferito al sistema una quantità di calore $Q = 1500$ cal. La capacità termica della molla vale $C_m = 50$ J/°K.



Soluzione.

1. Poichè il sistema è in equilibrio, la forza esercitata dalla molla sul pistone deve bilanciare la forza di pressione esercitata dal gas perfetto. Detta A la sezione (incognita) del cilindro, dalla legge dei gas perfetti segue:

$$p\,A\,h_0 \;=\; n\,R\,T_0 \quad \Rightarrow \quad p \;=\; \frac{n\,R\,T_0}{A\,h_0} \tag{1}$$

La forza del gas, F_g, vale pertanto:

$$F_g \;=\; p\,A \;=\; \frac{n\,R\,T_0}{h_0} \tag{2}$$

La condizione di equilibrio diventa (eguagliamo i moduli delle due uniche forze in gioco):

$$F_g \;=\; k\,h_0 \quad \Rightarrow \quad h_0 \;=\; \sqrt{\frac{n\,R\,T_0}{k}} \;=\; 88.0 \text{ cm} \tag{3}$$

dove si sono usati $T_0 = 373.15$ °K e $R = 8.31$ J/°K/mole.

2. Poichè il pistone è bloccato, il sistema non può compiere lavoro, per cui $L = 0$. Applicando il primo principio della termodinamica al sistema gas+molla, si ottiene:

$$\Delta U \;=\; Q \tag{4}$$

dove ΔU è la variazione di energia interna del gas ΔU_g sommata a quella della molla ΔU_m in quanto dotata di capacità termica.

$$Q \;=\; \Delta U_g + \Delta U_m \;=\; n\,c_v\,\Delta T + C_m\,\Delta T \;=\; (n\,c_v + C_m)\,\Delta T \tag{5}$$

dove $c_v = 3/2\,R$ è il calore specifico molare a volume costante di un gas perfetto monoatomico. Segue:

$$T_f \;=\; T_0 + \Delta T \;=\; T_0 + \frac{Q}{n\,c_v + C_m} \;=\; 429.0 \;\; \text{°K} \tag{6}$$

dove si è usato $Q = 1500$ cal$= 6270$ J.

C.V.D.