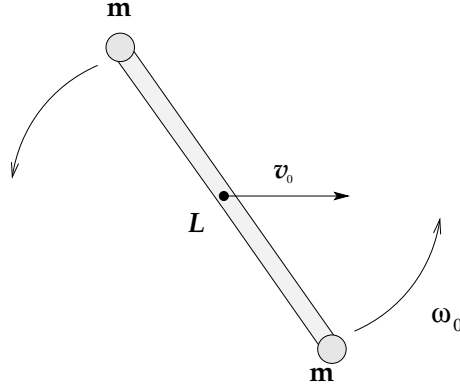


PROBLEMA 2

Il centro di massa di una barca di lunghezza $L = 5$ m e massa $M = 240$ Kg si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v_0 = 5$ Km/h sulla superficie di un lago. Due amici, entrambi di massa $m = 60$ Kg, sono seduti agli estremi della barca, approssimabile a un'asta omogenea. Oltre al moto traslatorio, la barca ruota attorno al proprio asse con una velocità angolare costante $\omega_0 = 0.5$ rad/s.

1. Calcolare l'energia cinetica totale del sistema barca e occupanti.
2. A un certo punto entrambi gli amici si avvicinano, portandosi a una distanza di $L/4$ dal centro della barca. Si calcoli la velocità angolare finale della barca ω_f e si dica se si è conservata l'energia cinetica totale, motivando la risposta.

Si trascuri l'attrito dell'acqua sulla barca.



Soluzione.

1. Applicando il teorema di König, l'energia cinetica totale K_0 vale:

$$K_0 = \frac{1}{2} (M + 2m) v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 \quad (1)$$

dove I è il momento totale d'inerzia del sistema e vale:

$$I_0 = \frac{1}{12} M L^2 + 2m \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{6} + m\right) L^2 \quad (2)$$

in cui il primo termine è relativo alla sbarra rispetto a un asse centrale e il secondo termine è la somma dei contributi dei due amici, ciascuno dei quali si trova a una distanza di $L/2$ dal centro di massa del sistema. Sostituendo la (2) nella (1):

$$K_0 = \frac{1}{2} (M + 2m) v_0^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{M}{6} + m\right) (\omega_0 L)^2 = 503.47 \text{ J} \quad (3)$$

2. Lo spostamento dei due amici all'interno della barca ha luogo attraverso forze interne e quindi il momento angolare totale si conserva, poichè il momento risultante delle forze esterne è ovviamente nullo.

$$I_0 \omega_0 = I_f \omega_f \quad (4)$$

dove I_f è il momento totale d'inerzia finale, che vale:

$$I_f = \frac{1}{12} M L^2 + 2m \left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{M}{3} + \frac{m}{2}\right) L^2 \quad (5)$$

da cui segue:

$$\omega_f = \frac{I_0}{I_f} \omega_0 = \left(1 + \frac{9}{2M/m + 3}\right) \omega_0 = \frac{20}{11} \omega_0 = 0.909 \text{ rad/s} \quad (6)$$

Mentre l'energia cinetica traslazionale, associata al centro di massa, rimane inalterata, quella rotazionale aumenta, poichè diminuisce il momento totale d'inerzia (e il momento angolare totale si conserva). La conservazione dell'energia meccanica è quindi violata e l'energia aggiuntiva in questo caso è di origine chimica, prodottasi nei muscoli dei due amici.