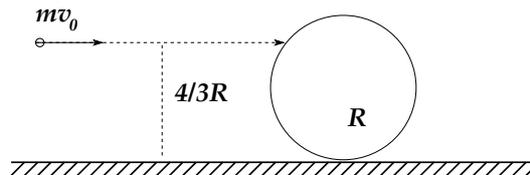


PROBLEMA 3

Un proiettile di massa incognita m e velocità $v_0 = 100$ m/s sparato orizzontalmente a un'altezza da terra pari a $4/3 R$ colpisce e si conficca in un cilindro omogeneo di massa $M = 2000 m$ e raggio $R = 1$ m inizialmente fermo appoggiato su un pavimento ghiacciato privo di attrito (v. figura). Trovare:

1. la velocità v_c del centro di massa del cilindro dopo essere stato colpito;
2. il tratto s percorso sul ghiaccio dal cilindro dopo aver compiuto una rotazione completa attorno al proprio asse.

Si trascuri ogni attrito e si trascuri m rispetto ad M , essendo $m/M = 1/2000 \ll 1$.



Soluzione.

1. Siamo in assenza di forze d'attrito, quindi si conserva la quantità di moto totale orizzontale del sistema proiettile + cilindro, pertanto vale

$$m v_0 \simeq M v_c \Rightarrow v_c = \frac{m}{M} v_0 = \frac{v_0}{2000} = 0.05 \text{ m/s} \quad (1)$$

dove abbiamo trascurato l'incremento della massa del cilindro dovuto all'aggiunta della massa del proiettile, come suggerito dal problema.

2. Poichè non vi è attrito, neppure quello volvente, il sistema proiettile + cilindro è isolato e quindi il momento angolare totale rispetto al centro di massa del cilindro preso come polo è conservato (la forza peso e la reazione normale del piano hanno momento nullo). Vale quindi:

$$\left(\frac{4}{3} R - R\right) m v_0 = I_0 \omega \quad (2)$$

dove, come prima, abbiamo trascurato l'incremento della massa dovuta al proiettile, e quindi la variazione di momento d'inerzia del cilindro, che pertanto rimane $I_0 = 1/2 M R^2$. Si ricava quindi la velocità angolare ω con cui il cilindro ruota attorno al proprio asse:

$$\omega = \frac{1}{3} m v_0 R \frac{2}{M R^2} = \frac{2}{3} \frac{m}{M} \frac{v_0}{R} \quad (3)$$

Il tratto s percorso è dato dalla velocità v_c del centro di massa del cilindro calcolata al punto precedente per il tempo $T = 2\pi/\omega$ impiegato dal cilindro stesso per una rotazione completa, da cui:

$$s = v_c T = \frac{m}{M} v_0 \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{M} v_0 \frac{3}{2} \frac{M}{m} \frac{R}{v_0} = 3\pi R = 9.4 \text{ m} \quad (4)$$

Si noti che il cilindro, oltre a ruotare, scivola sul piano, in quanto in assenza di attrito volvente.

C.V.D.