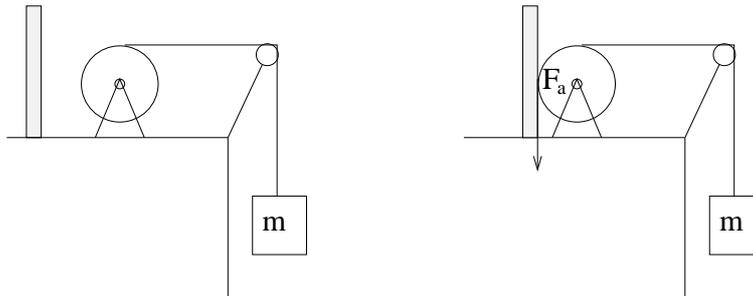


PROBLEMA 3

Un blocco di massa incognita m è sospeso tramite una fune inestensibile di massa trascurabile arrotolata alla superficie di un cilindro omogeneo di raggio R e massa incognita M . La fune si srotola senza scivolare sulla superficie del cilindro.

1. Sapendo che l'accelerazione con cui scende il blocco vale $a = g/4$, trovare il valore del rapporto m/M (figura a sinistra).
2. Si avvicina al cilindro una parete verticale che esercita sul cilindro stesso una forza di attrito costante F_a applicata nel punto di contatto e diretta verticalmente verso il basso. In questo caso l'accelerazione con cui il blocco scende vale $a' = g/10$. Sapendo che vale $m = 240$ g (solo per questo punto!), si trovi il valore di F_a (figura a destra).

Suggerimento: prima di tutto si ricavano le espressioni matematiche dell'accelerazione del blocco a e della tensione T della fune.



Soluzione.

1. Applichiamo la seconda legge cardinale della dinamica al cilindro prendendo come polo il suo centro di massa e la seconda legge della dinamica al blocco sospeso

$$I \frac{d\omega}{dt} = T R \quad (1)$$

$$m a = m g - T \quad (2)$$

dove $I = M R^2/2$ è il momento d'inerzia del cilindro. Per il vincolo di srotolamento senza strisciamento, vale $\omega = v/R$, da cui la (1) diventa

$$I \frac{a}{R} = T R \Rightarrow T = \frac{M}{2} a \quad (3)$$

Sostituendo la (3) nella (2)

$$a = g - \frac{M}{2m} a \Rightarrow 1 + \frac{M}{2m} = \frac{g}{a} = 4 \quad (4)$$

$$\frac{M}{2m} = 3 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{6} = 0.167 \quad (5)$$

2. Rispetto al caso precedente ora compare la forza d'attrito di modulo F_a che agisce sul cilindro. Riscrivendo le due equazioni (1-2), ora vale

$$I \frac{a'}{R} = T' R - F_a R \quad (6)$$

$$m a' = m g - T' \quad (7)$$

dove abbiamo indicato con T' la tensione della fune per distinguerla dal valore del caso precedente. Dalla (7) e usando $a' = g/10$,

$$T' = m(g - a') = \frac{9}{10} m g \quad (8)$$

Sostituendo la (8) nella (6)

$$\frac{1}{2} M R \frac{g}{10} = \frac{9}{10} m g R - F_a R \quad (9)$$

e risolvendo F_a si ottiene

$$F_a = \frac{1}{10} m g \left(9 - \frac{M}{2m} \right) \quad (10)$$

Dalla (6) si sa che $M/m = 6$, da cui

$$F_a = \frac{3}{5} m g = 1.41 \text{ N} \quad (11)$$

C.V.D.