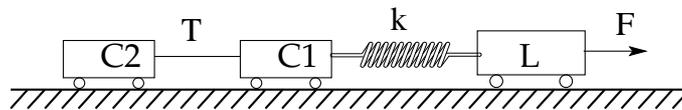


PROBLEMA 2

Una locomotiva di massa incognita traina due carrozze lungo binari rettilinei caratterizzati da un coefficiente di attrito dinamico radente $f_d = 0.05$. La carrozza C1 è collegata direttamente alla locomotiva tramite una molla di costante elastica $k = 3 \times 10^4$ N/m. La carrozza C2 è collegata alla C1 per mezzo di una fune inestensibile e di massa trascurabile. Le due carrozze hanno uguale massa, mentre la locomotiva ha una massa doppia rispetto a quella di una singola carrozza. Sulla locomotiva agisce una forza esterna costante di modulo $F = 8 \times 10^3$ N e diretta parallelamente alla direzione del moto (v. figura).

1. Si trovi il modulo della tensione T della fune e l'allungamento l della molla rispetto alla lunghezza a riposo.
2. Quanto vale T nel caso in cui $k = 10^4$ N/m? Calcolare il lavoro delle forze di attrito \mathcal{L}_a sull'intero convoglio dopo che questo ha percorso 1 Km. Per questo solo punto si assuma un valore di 200 Kg per la massa di una carrozza.

Si trattino locomotiva e carrozze come punti materiali e s'ignori l'attrito volvente.



Soluzione.

1. Detta m la massa di una singola carrozza, la massa della locomotiva vale $2m$. Applichiamo la seconda legge della dinamica a ciascuno dei 3 componenti il convoglio. Essendo il problema unidimensionale, scriviamo direttamente la proiezione lungo la direzione del moto.

$$2ma = F - kl - f_d(2m)g \quad (1)$$

$$ma = kl - T - f_dmg \quad (2)$$

$$ma = T - f_dmg \quad (3)$$

Le equazioni (1-3) costituiscono un sistema a 3 equazioni e 3 incognite (a, T, l). Pertanto sommando membro a membro si ottiene

$$4ma = F - 4f_dmg \Rightarrow a = \frac{F}{4m} - f_dg \quad (4)$$

Sostituendo la (4) nella (3)

$$T = m(a + f_dg) = \frac{F}{4} = 2 \times 10^3 \text{ N} \quad (5)$$

Sostituendo la (4) nella (1) otteniamo anche l :

$$kl = F - 2m(a + f_dg) = \frac{F}{2} \Rightarrow l = \frac{F}{2k} = 0.13 \text{ m} \quad (6)$$

2. Come si vede dalla (5) il valore di T non dipende in alcun modo da k , pertanto anche in corrispondenza di un valore diverso di k il valore di T rimane lo stesso del punto precedente.

Per il calcolo del lavoro delle forze di attrito sul convoglio dopo che questo ha percorso uno spazio $s = 1$ Km, è per definizione dato da:

$$\mathcal{L}_a = -4f_dmg s = -392.4 \text{ kJ} \quad (7)$$

dove si è usato $m = 200$ Kg. Il valore negativo del lavoro è dovuto al fatto che lo spostamento ha verso opposto rispetto alle forze di attrito.

C.V.D.