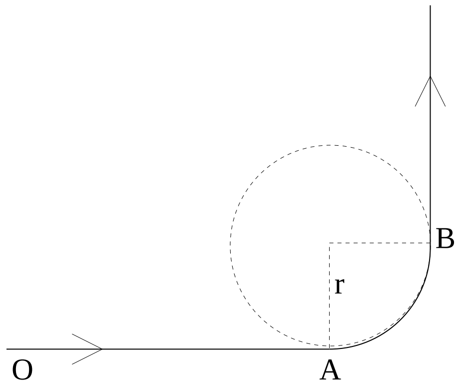
Fisica I. Prima Sessione AA 2011-12.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 20/02/2012

PROBLEMA 2

Un'auto percorre un tratto di strada rettilineo da O ad A con moto uniformemente accelerato con accelerazione $a = 0.5$ m/s^2 e velocità iniziale in O pari a $v_0 = 40$ Km/h. Il tratto da A a B è un quarto di cerchio di raggio $r = 120$ m che viene percorso con velocità in modulo costante. Il modulo di tale velocità è uguale a quello della velocità finale che l'auto possiede nel punto A. Il coefficiente di attrito statico del manto stradale, perfettamente orizzontale, lungo l'arco di cerchio vale $f_s = 0.35$. La velocità lungo l'arco di cerchio è uguale al valore massimo consentito dal manto stradale per percorrere la curva senza uscire di strada.

1. Si trovi l'intervallo di tempo t_a impiegato dall'auto per percorrere il tratto OA.
2. Quanto vale s, la strada percorsa dall'auto complessivamente spostandosi da O a B?

Si faccia attenzione che tutto il moto avviene su piano perfettamente *orizzontale*. Si tratti l'auto come un punto materiale. Per il punto 1., prima si applichi, nel tratto circolare, la seconda legge della dinamica all'auto e poi si scriva la legge oraria del moto nel tratto OA.



Soluzione.

1. Lungo il tratto OA a un generico istante di tempo t misurato a partire dal momento in cui l'auto è nel punto O vale

$$v(t) \;=\; v_0 + a\,t \tag{1}$$

Quando l'auto giunge nel punto A la sua velocità vale v_a,

$$v_a \;=\; v(t_a) \;=\; v_0 + a\,t_a \tag{2}$$

La velocità massima consentita nel tratto curvo è data dal fatto che l'unica forza (con componente parallela al terreno non nulla) agente sull'auto è la forza di attrito del manto stradale. Poichè in quel tratto l'auto si muove di moto circolare uniforme, la sua accelerazione è diretta lungo il centro del cerchio. Pertanto dalla seconda legge della dinamica

$$f_s\,m\,g \;=\; m\,a \;=\; m\,\frac{v_a^2}{r} \tag{3}$$

Al primo membro della (2) abbiamo messo la forza massima che l'attrito statico può opporre. Statico e non dinamico in quanto la velocità dell'auto (tangente al cerchio) è perpendicolare alla forza di attrito (diretta radialmente).

$$v_a \;=\; \sqrt{f_s\,g\,r} \tag{4}$$

Sostituendo la (4) nella (2)

$$v_0 + a\,t_a \;=\; \sqrt{f_s\,g\,r} \quad\Rightarrow\quad t_a \;=\; \frac{\sqrt{f_s\,g\,r} - v_0}{a} \;=\; 18.4 \text{ s} \tag{5}$$

2. Il tratto OA è semplicemente dato da

$$s_{OA} \;=\; v_0\, t_a + \frac{1}{2}\, a\, t_a^2 \tag{6}$$

Il tratto AB è banalmente un quarto di circonferenza,

$$s_{AB} \;=\; \frac{\pi}{2}\, r \tag{7}$$

da cui il totale

$$s \;=\; s_{OA} + s_{AB} \;=\; v_0\, t_a + \frac{1}{2}\, a\, t_a^2 + \frac{\pi}{2}\, r \;= 477 \text{ m} \tag{8}$$

C.V.D.