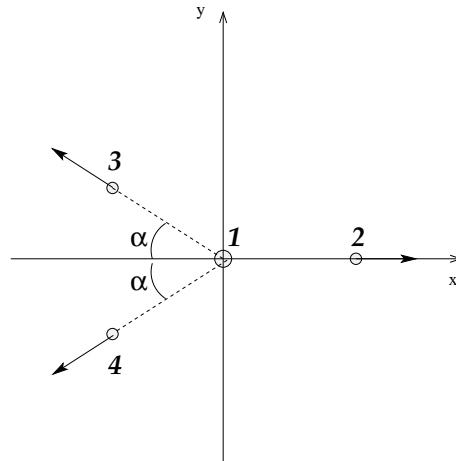


PROBLEMA 1

Una bomba di massa m è inizialmente posta, ferma, nell'origine di un sistema cartesiano Oxy su un piano orizzontale privo di attrito. In seguito all'esplosione, si spezza in 4 frammenti rispettivamente di masse m_i ($i = 1, \dots, 4$), di cui si sa che vale $m_3 = m/4$. Il frammento 1 rimane fermo nell'origine. Il frammento 2 si sposta parallelamente all'asse x , mentre ciascuna delle velocità dei frammenti 3 e 4 formano un angolo $\alpha = 60^\circ$ con il verso negativo dell'asse x (v. figura). Detto v_i il modulo del vettore velocità dell' i -esimo frammento, valgono inoltre le seguenti: $v_2 = 3 v_3$ e $v_3 = v_4$.

1. Trovare il rapporto m_1/m , ovvero la frazione di massa della bomba rimasta nel frammento 1.
2. Trovare v_c , velocità del centro di massa dei 4 frammenti. Si conserva l'energia meccanica prima e dopo l'esplosione? Motivare la risposta.



Soluzione.

1. La bomba è un sistema isolato a cavallo dell'esplosione, quindi si conserva la quantità di moto totale.

$$0 = \sum_{i=1}^4 m_i \vec{v}_i = m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4 \quad (1)$$

Proiettando la (1) lungo gli assi x e y si ottiene

$$m_2 v_2 - m_3 v_3 \cos \alpha - m_4 v_4 \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$m_3 v_3 \sin \alpha - m_4 v_4 \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

Dalla (3) e dal dato $v_3 = v_4$ segue che $m_3 = m_4$, ovvero i frammenti 3 e 4 hanno uguale massa. Sostituendo entrambe nella (2) si ha

$$m_2 v_2 = 2 m_3 v_3 \cos \alpha \quad (4)$$

Sfruttando l'altro dato del problema, $v_2 = 3 v_3$, segue

$$m_2 = \frac{2}{3} \cos \alpha m_3 = \frac{1}{3} m_3 \quad (5)$$

Dal problema è noto il rapporto $m_3/m = 1/4$, per cui avendo espresso tutte le masse dei frammenti in funzione di m_3 , applicando la conservazione della massa,

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \quad (6)$$

$$m = m_1 + \frac{1}{3} m_3 + m_3 + m_3 = m_1 + \frac{7}{3} m_3 \quad (7)$$

$$m = m_1 + \frac{7}{12} m \quad (8)$$

$$m_1 = \frac{5}{12} m \Rightarrow \frac{m_1}{m} = \frac{5}{12} = 0.4167 \quad (9)$$

2. Per la conservazione della quantità di moto totale, il centro di massa non altera il proprio stato di moto prima e dopo l'esplosione. Essendo banalmente fermo nell'origine O all'inizio, tale rimane anche dopo l'esplosione.

L'energia meccanica è chiaramente *non* conservata, passando da un valore identicamente nullo a un valore non nullo, avendo 3 su 4 frammenti energia cinetica. L'aumento dell'energia meccanica in seguito all'esplosione è dovuto alla conversione di altra forma di energia (potenziale "chimica") in energia cinetica e quindi meccanica.

C.V.D.