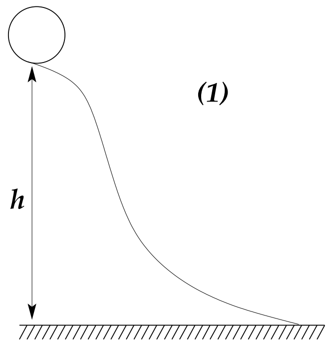
Fisica I. Prima Sessione AA 2011-12.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 20/02/2012

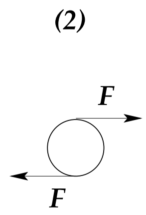
PROBLEMA 3

Una sfera *non* omogenea di massa m e raggio r incogniti rotola senza strisciare lungo la superficie di un piano curvo scendendo da ferma. Dopo essere scesa di un'altezza $h = 8$ m, la sua velocità lungo un piano orizzontale vale $v_0 = 36$ Km/h (figura di sinistra). Sia $I = c\,m\,r^2$ il momento d'inerzia della sfera rispetto a un asse passante per il suo centro di massa, con c incognito.

1. Trovare c.

2. Si consideri la stessa sfera del punto precedente ma ruotante attorno un asse orizzontale passante per il proprio centro di massa. Mentre il suo centro di massa è fermo, la sfera inizialmente ruota attorno al proprio asse con un periodo di rotazione iniziale pari a $T_i = 2$ s. Per un tempo $t = 1$ minuto si applica una coppia di forze costanti, uguali e opposte di modulo incognito F (figura di destra). Sapendo che il periodo di rotazione finale vale $T_f = 0.2$ s, usando il valore di c trovato al punto precedente, trovare F. Per questo solo punto si usi $m = 5$ Kg e $r = 30$ cm.





Soluzione.

1. Nel rotolamento senza strisciamento non vi è alcuna dissipazione di energia meccanica, in quanto istante per istante il punto di applicazione della forza di attrito volvente è fermo e quindi il lavoro della forza d'attrito è nullo. Applicando la conservazione dell'energia meccanica prima e dopo la discesa, segue

$$m\,g\,h \;=\; \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + \frac{1}{2}\,(c\,m\,r^2)\,\omega_0^2 \tag{1}$$

   Per il vincolo di rotolamento, vale $\omega_0 = v_0/r$, da cui

$$m\,g\,h \;=\; \frac{1}{2}\,m\,v_0^2\,\Big(1 + c\Big) \tag{2}$$

$$c \;=\; \frac{2\,g\,h}{v_0^2} - 1 \;=\; 0.57 \tag{3}$$

2. Applichiamo la seconda legge cardinale della dinamica alla sfera. Essendo la coppia di forze costante, possiamo scrivere

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} \;=\; 2\,F\,r \tag{4}$$

$$(c\,m\,r^2)\,\frac{\omega_f - \omega_i}{t} \;=\; 2\,F\,r \tag{5}$$

$$F \;=\; \frac{\pi\,c\,m\,r}{t}\,\left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i}\right) \;=\; 0.20 \text{ N} \tag{6}$$

C.V.D.