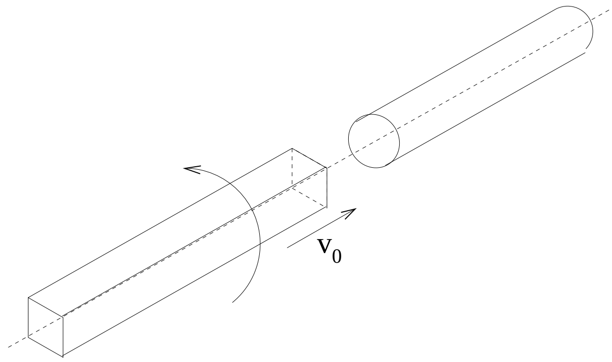
Fisica I. Seconda Sessione AA 2011-12.
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione 09/07/2012

PROBLEMA 3

Un parallelepipedo omogeneo a sezione quadrata di lato l e massa m è allineato lungo l'asse longitudinale a un cilindro omogeneo di massa doppia $(2\,m)$ e di raggio $r = l/2$. Inizialmente il parallelepipedo ruota attorno all'asse longitudinale con un periodo $T_0 = 0.2$ s, mentre il cilindro è fermo. Inoltre il parallelepido trasla di moto rettilineo uniforme con velocità $v_0 = 30$ Km/h parallelamente all'asse longitudinale verso il cilindro. In seguito all'urto, i due corpi rigidi rimangono attaccati. Determinare

1. la velocità finale v_f con cui i due traslano dopo l'urto;
2. il periodo di rotazione finale T_f con cui i due corpi rigidi ruotano attorno al comune asse.

Si ricorda che il momento d'inerzia di un parallelepipedo di massa m, di sezione rettangolare di lati a e b vale $m\,(a^2 + b^2)/12$.



Soluzione.

1. Il sistema dei due corpi è isolato e quindi a cavallo dell'urto si conservano sia la quantità di moto totale che il momento angolare totale. Dalla prima discende

$$m\,\vec{v}_0 \;=\; (m + 2\,m)\,\vec{v}_f \tag{1}$$

$$\vec{v}_f \;=\; \frac{1}{3}\,\vec{v}_0 \tag{2}$$

   Quindi la velocità finale ha stessa direzione e verso di $\vec{v}_0$ e modulo pari a 1/3, ovvero $v_f = 10$ Km/h.

2. Applicando la conservazione del momento angolare totale, segue

$$I_p\,\omega_0 \;=\; (I_p + I_c)\,\omega_f \tag{3}$$

   dove con $I_p = m\,l^2/6$ e $I_c = 2\,m\,r^2/2$ intendiamo i momenti d'inerzia del parallelepipedo e del cilindro (di massa $2\,m$), rispettivamente. Sostituendone i valori nella (3)

$$\omega_f \;=\; \frac{1}{1 + I_c/I_p}\,\omega_0 \;=\; \frac{1}{1 + 6\,(r/l)^2}\,\omega_0 \;=\; \frac{2}{5}\,\omega_0 \tag{4}$$

   dove abbiamo sfruttato $r/l = 1/2$. Ne segue finalmente

$$T_f \;=\; \frac{5}{2}\,T_0 \;=\; 2.5\,T_0 \;=\; 0.5 \text{ s} \tag{5}$$

C.V.D.