

PROBLEMA 1

Una legione di Cartaginesi si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v_c = 5$ Km/h. Una legione di Romani insegue i Cartaginesi con un moto uniformemente accelerato. Al tempo $t = 0$, detta d la distanza incognita tra le due legioni, i Cartaginesi inviano degli esploratori con una velocità $v_e = 6$ Km/h. Al tempo $t_1 = 2$ giorni gli esploratori cartaginesi raggiungono la legione romana e ne misurano una velocità di marcia (rispetto al terreno) pari a $v_{1r} = 4$ Km/h; quindi tornano indietro a riferire. Una volta informati i capi Cartaginesi, gli stessi esploratori invertono nuovamente la marcia e si dirigono verso i Romani viaggiando stavolta con una velocità incognita. Raggiungono i Romani per la seconda volta al tempo $t_2 = 3.5$ giorni e ne misurano una velocità stavolta pari a $v_{2r} = 5.5$ Km/h. Dai dati in possesso agli esploratori, trovare:

1. l'accelerazione della legione romana;
2. la distanza iniziale d tra le due legioni e il tempo t_f in cui i Romani raggiungono finalmente i Cartaginesi.

Si noti che il problema è unidimensionale. Tutti i tempi sono misurati a partire dall'istante iniziale $t = 0$. Si ricorda che un giorno sono 86400 secondi.

Soluzione.

1. Detta v_{0r} la velocità iniziale della legione romana (incognita), a un tempo generico t la velocità della stessa legione vale:

$$v_r(t) = at + v_{0r} , \quad (1)$$

dove con a indichiamo l'accelerazione della legione. Poichè conosciamo il valore di tale funzione in due istanti diversi, v_{1r} e v_{2r} rispettivamente ai tempi t_1 e t_2 , segue

$$a = \frac{v_{2r} - v_{1r}}{t_2 - t_1} = 3.22 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2 . \quad (2)$$

2. Avendo calcolato a al punto precedente, possiamo anche ottenere la velocità iniziale v_{0r} della legione romana:

$$v_{0r} = v_{1r} - at_1 = 0.56 \text{ m/s} = 2.0 \text{ Km/h} . \quad (3)$$

Poichè conosciamo la velocità con cui si spostano gli esploratori durante il primo viaggio di ricognizione, sappiamo anche la distanza percorsa dagli stessi dal tempo iniziale al tempo t_1 . Questa, sommata alla distanza percorsa nello stesso intervallo di tempo dalla legione romana, deve eguagliare d , la separazione iniziale tra le due legioni:

$$d = v_e t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 + v_{0r} t_1 = 432 \text{ Km} . \quad (4)$$

Infine, per trovare il tempo di fine inseguimento, t_f , basta imporre che la posizione delle due legioni al tempo t_f sia la stessa:

$$\frac{1}{2} a t_f^2 + v_{0r} t_f = d + v_c t_f , \quad (5)$$

la cui soluzione (prendendo quella con $t_f > 0$, unica accettabile in questo caso) vale

$$t_f = \frac{-(v_{0r} - v_c) + \sqrt{(v_{0r} - v_c)^2 + 2 a d}}{a} = 9.71 \text{ giorni} = 9^g 17^h . \quad (6)$$

C.V.D.