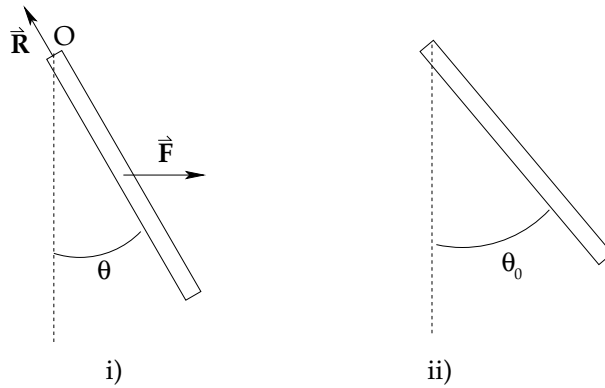


PROBLEMA 3

Una sbarra omogenea di lunghezza $l = 80$ cm e massa $m = 2$ Kg è fissata verticalmente a un punto fisso O . Del vento di intensità costante esercita sulla sbarra una forza orizzontale di modulo $F = 50$ N. La sbarra si trova in equilibrio statico.

1. Si trovi l'angolo θ che la sbarra forma con la direzione verticale, e il modulo della reazione vincolare R , come mostrato in figura i).
2. Alternativamente al caso 1., si consideri la sbarra in assenza di vento, inizialmente ferma e con un angolo iniziale $\theta_0 = 60^\circ$, come in figura ii). Si trovi la velocità istantanea dell'estremo inferiore della sbarra, v_m , quando questa si trova in posizione verticale.

Si trascuri ogni attrito.



Soluzione.

1. Essendo il tutto in equilibrio statico, il momento totale esterno agente sulla sbarra deve essere in particolare nullo per la seconda legge cardinale della dinamica. Prendendo convenientemente come polo il punto O nel quale è applicata la reazione vincolare. Le uniche due forze che contribuiscono al momento delle forze sono la forza del vento e la forza peso, entrambe applicate nel centro di massa della sbarra. Prendendo come verso positivo quello perpendicolare al piano del foglio uscente, segue

$$-\frac{l}{2} m g \sin \theta + \frac{l}{2} F \sin (90^\circ - \theta) = 0, \quad (1)$$

da cui segue

$$\theta = \arctan \left(\frac{F}{m g} \right) = 1.20 \text{ rad} = 68.6^\circ. \quad (2)$$

Applicando la prima legge cardinale della dinamica, la risultante delle forze esterne agenti sulla sbarretta deve annullarsi sempre a causa dell'equilibrio statico:

$$\vec{R} + \vec{F} + m \vec{g} = 0, \quad (3)$$

la quale, proiettata lungo le componenti orizzontale (x) e verticale (y) dà:

$$R_x = -F \quad ; \quad R_y = m g \quad (4)$$

ovvero

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{F^2 + (m g)^2} = 53.7 \text{ N}. \quad (5)$$

2. Applicando la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante iniziale e l'istante in cui la sbarra è in posizione verticale, si ha:

$$m g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0) = \frac{1}{2} I_0 \omega_m^2, \quad (6)$$

dove $I_0 = (1/3) m l^2$ è il momento d'inerzia di una sbarra omogenea rispetto a un asse passante per uno degli estremi (in questo caso il punto O); con ω_m indichiamo la velocità angolare della sbarra nella posizione verticale. Risolvendo la (6) si ottiene

$$\omega_m = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{g}{l}}. \quad (7)$$

La velocità lineare dell'estremo della sbarra nello stesso istante vale semplicemente $v_m = \omega_m l$, da cui

$$v_m = \sqrt{\frac{3}{2} g l} = 3.43 \text{ m/s} = 12.35 \text{ Km/h} . \quad (8)$$

C.V.D.