



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

**Esercizio 1:** Una particella  $\alpha^{++}$  si trova in quiete ad una distanza  $d = 100 \mu\text{m}$  da un piano metallico verticale mantenuto a potenziale nullo.

- i. Calcolare le componenti del campo  $\vec{E}$  in un generico punto P del semispazio che contiene la particella  $\alpha^{++}$ . Si consiglia di utilizzare il metodo della carica immagine.
- ii. Calcolare la forza elettrostatica  $\vec{F}$  che agisce sulla particella.
- iii. Calcolare la distribuzione superficiale di carica  $\sigma(y)$  sul piano mantenuto a potenziale nullo.
- iv. Calcolare la carica totale  $q_{ind}$  indotta sul piano mantenuto a potenziale nullo.

Nome:

Cognome:

Matricola:



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

**Esercizio 2:** In un condensatore piano, le cui armature hanno ciascuna superficie  $S = 100 \text{ cm}^2$ , e sono poste a distanza  $d = 1 \text{ cm}$ , viene inserita parallelamente alle armature una lamina metallica di spessore  $\delta = 0.5 \text{ mm}$  ed uguale superficie. Successivamente, una delle zone in cui risulta diviso il condensatore viene riempita con olio di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r = 3.32$ . La tensione ai capi del condensatore vale  $V = 100 \text{ V}$  e la lamina interposta si trova ad una distanza  $a = 6 \text{ mm}$  da una delle due armature.

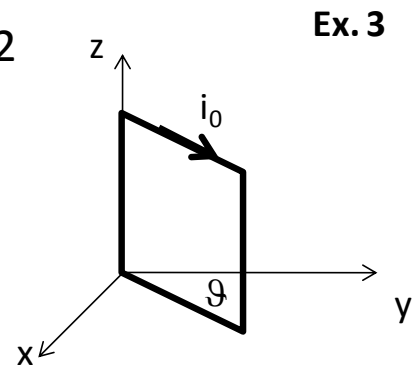
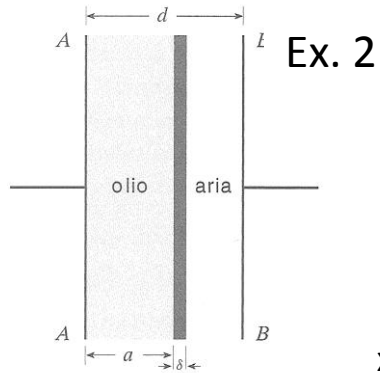
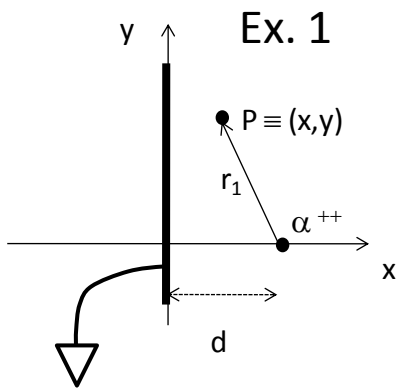
- i. Calcolare la capacità del sistema.
- ii. Calcolare la carica accumulata su ciascuna delle armature.
- iii. Il modulo dei campi  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$  e  $\vec{P}$  nella regione in cui è presente l'aria e in cui è presente l'olio.
- iv. Calcolare l'energia accumulata sotto forma di energia potenziale elettrostatica.
- v. Calcolare la forza che agisce sulla lamina sapendo che il condensatore opera a tensione costante.



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

**Esercizio 3:** Una spira quadrata di lato  $l = 1$  m è incernierata lungo uno dei suoi lati all'asse  $\vec{z}$ , mentre quelli perpendicolari a detto asse formano con la direzione positiva dell'asse  $\vec{y}$  un angolo  $\vartheta = 35^\circ$ . Tale spira è percorsa da una corrente  $i_0 = 1.8$  A nella direzione indicata in figura. Nello spazio è presente un campo magnetico  $\vec{B} = B_0 \hat{y}$  con  $B_0 = 100$  G.

- i. Calcolare la forza che agisce su ciascuno dei lati liberi della spira.
- ii. Calcolare modulo, direzione e verso del momento della forza risultante rispetto all'asse  $\vec{z}$ .
- iii. Calcolare il flusso del campo  $\vec{B}$  attraverso la spira e individuare l'angolo per cui tale flusso è massimo.



Nome:

Cognome:

Matricola:



### Elettrostatica

#### Legge di Coulomb

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

#### Campo generato da una carica puntiforme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

#### Potenziale generato da una carica puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

#### Teorema di Gauss

$$\iint_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \frac{q_{tot}}{\epsilon_0}$$

#### Campo generato da un piano carico

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

#### Campo generato da un filo carico di lunghezza infinita

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

#### Teorema di Coulomb (campo in prossimità di un conduttore carico)

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

#### Capacità di un condensatore piano

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

#### Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{q}{S \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$$

#### Campo D in un mezzo isotropo e omogeneo

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

#### Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma_{lib} = \frac{q_{lib}}{S}$$

#### Teorema di Gauss applicato al campo D

$$\iint_S \vec{D} \cdot \hat{n} \, ds = q_{lib}$$

#### Campo P di polarizzazione

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

#### Densità superficiale di carica di polarizzazione

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

#### Densità volumetrica di carica di polarizzazione

$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

#### Energia elettrostatica in un condensatore

$$U_{el} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

#### Forza a carica costante

$$\vec{F} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} \hat{x} = -\frac{\partial U_{el}}{\partial x} \hat{x}$$

#### Forza a potenziale costante

$$\vec{F} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} \hat{x} = +\frac{\partial U_{el}}{\partial x} \hat{x}$$

#### Costanti universali

$$c = 2.9979 \times 10^8 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$g = 9.806 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} [kg]$$

$$m_p = 1.673 \times 10^{-27} [kg]$$

$$m_n = 1.674 \times 10^{-27} [kg]$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} [C]$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

Nome:

Cognome:

Matricola:



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

## Magnetismo

Prima legge di Laplace

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Seconda legge di Laplace

$$d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Legge di Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{circuito}} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Flusso del vettore induzione magnetica

$$\Phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} ds$$

Legge di Faraday-Newmann-Lenz

$$V_i = - \frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t}$$

Teorema di Ampere

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum (i_c + i_d)$$

$$\oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i_c$$

Equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0}$$

Campi ausiliari D e H

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \xrightarrow{\text{mezzo isotropo campo E piccolo}} \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} := \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

Nome:

Cognome:

Matricola:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \xrightarrow{\text{mezzo isotropo senza isteresi}} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} := \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Vettore magnetizzazione

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_i}{N}$$

Densità volumetrica di corrente di magnetizzazione

$$\vec{j}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

Densità superficiale di corrente di magnetizzazione

$$\vec{j}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n}$$

Condizioni di continuità dei campi B e H all'interfaccia

$$B_{1\perp} = B_{2\perp}$$

$$H_{1\parallel} = H_{2\parallel}$$

Circuiti magnetici (legge di "rifrazione" del campo B)

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\mu_0 \mu_{r2}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} = \text{cost.}$$

Legge di Hopkinson

$$f.m.m. = \Phi(\vec{B}) \cdot \mathfrak{R}$$

Riluttanza magnetica

$$\mathfrak{R} = \oint_{\gamma} \frac{dl}{\mu_0 \mu_r \cdot S}$$

Riluttanze in serie

$$\mathfrak{R}_{tot} = \sum \mathfrak{R}_i$$

Riluttanze in parallelo

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_3} + \dots}$$

Densità volumetrica di energia del campo magnetico

$$u = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Densità volumetrica di energia del campo elettromagnetico

$$u = \frac{1}{2}(\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D})$$

Autoflusso in un solenoide

$$\Phi_A(\vec{B}) = N \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} ds$$

Coefficiente di autoinduzione in un solenoide

$$L = \frac{\Phi_A(\vec{B})}{i}$$

Energia magnetica in un solenoide

$$U_M = l \cdot S \cdot \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2} Li^2$$

Forza magnetica a corrente costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = \frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Forza magnetica a flusso costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = -\frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Campo B in un solenoide toroidale

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \mu_r Ni}{l}$$

Campo H in un solenoide toroidale

$$|\vec{H}| = \frac{Ni}{l}$$

Capacità di un condensatore piano

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma = \frac{q}{S}$$

Pressione di radiazione

Densità volumetrica di quantità di moto

$$p = \frac{u_0}{c} \vec{S} = \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$$

Impulso ceduto nel tempo dt

$$dP = pAc dt$$

Pressione di radiazione

$$P_{rad} = u_0(1+k) = \frac{\vec{S}}{c}(1+k)$$

Valor medio della pressione di radiazione

$$\langle P_{rad} \rangle = \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c}(1+k) = \frac{I}{c}(1+k)$$

Nome:

Cognome:

Matricola: