Esame del 24/07/2015

Ingegneria Elettronica e Informatica

Esercizio 1: Nella figura 1 sono mostrate due spire parallele e coassiali. La spira più piccola (di raggio r = 1 cm e resistenza elettrica R = 0.5 Ω) è posta al di sopra della spira più grande (di raggio R = 30 cm) ad una distanza x >> R. In queste condizioni il campo magnetico generato dalla corrente i = 1.2 A che scorre nella spira più grande si può considerare costante sulla porzione di piano delimitato dalla spira piccola. Supponendo che x aumenti linearmente con velocità v = 50 cm/s :

i. Calcolare il valore del campo magnetico $\vec{B}$ in un generico punto P della spira piccola quando si trova a distanza generica x dalla spira grande (fare attenzione alle approssimazioni che si possono assumere valide).

ii. Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la spira piccola in funzione della distanza x.

iii. Calcolare la f.e.m. indotta nella spira piccola a seguito del suo allontanamento dalla spira grande.

iv. Calcolare il valore e il verso della corrente indotta nella spira piccola..

Esercizio 2: Un condensatore è realizzato con due armature quadrate di lato L = 10 cm e distanti d = 0.5 cm, come in figura 2. Si ipotizzi che d << L e si trascurino quindi gli effetti di bordo. Le armature possiedono carica Q = 100 μC uniformemente distribuita. Un blocco di metallo largo L, lungo L e di spessore leggermente minore di d viene introdotto per un tratto x all'interno del condensatore. Quando il blocco viene inserito le cariche sulle armature restano uniformemente distribuite.

i. Si calcoli la capacità del condensatore in funzione di x e se ne calcoli il valore per x = 3 cm.

ii. Si calcoli l'energia immagazzinata in funzione di x.

iii. Si calcolino l'intensità e la direzione della forza agente sul blocco metallico.

Esercizio 3: Una spira quadrata di lato l = 1 m è incernierata lungo uno dei suoi lati all'asse $\vec{z}$, mentre quelli perpendicolari a detto asse formano con la direzione positiva dell'asse $\vec{y}$ un angolo ϑ = 35° . Tale spira è percorsa da una corrente i_0 = 1.8 A nella direzione indicata in figura. Nello spazio è presente un campo magnetico $\vec{B} = B_0\hat{y}$ con B_0 = 100 G.

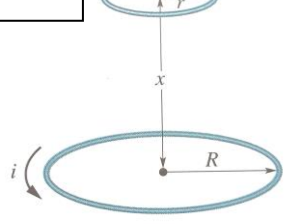
i. Calcolare la forza che agisce su ciascuno dei lati liberi della spira.

ii. Calcolare modulo, direzione e verso del momento della forza risultante rispetto all'asse $\vec{z}$.

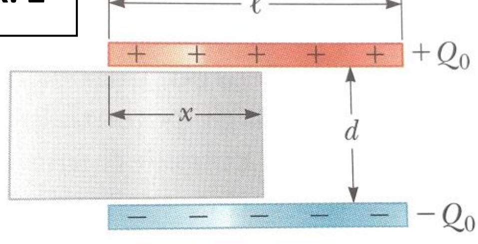
iii. Calcolare il flusso del campo $\vec{B}$ attraverso la spira e individuare l'angolo per cui tale flusso è massimo.

Teoria: Il teorema di Gauss nella sua forma integrale e differenziali. Principi e implicazioni.

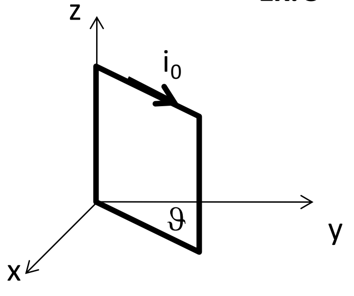
Ex. 1



Ex. 2



Ex. 3



Nome: Cognome: Matricola:

Esame del 24/07/2015

Ingegneria Elettronica e Informatica

Elettrostatica

Legge di Coulomb

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

Campo generato da una carica puntiforme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Potenziale generato da una carica puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

Teorema di Gauss

$$\iint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\ ds = \frac{q_{tot}}{\epsilon_0}$$

Campo generato da un piano carico

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Campo generato da un filo carico di lunghezza infinita

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r}$$

Teorema di Coulomb (campo in prossimità di un conduttore carico)

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Capacità di un condensatore piano

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}$$

Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{q}{S\cdot\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

Campo D in un mezzo isotropo e omogeneo

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$$

Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma_{lib} = \frac{q_{lib}}{S}$$

Teorema di Gauss applicato al campo D

$$\iint_S \vec{D}\cdot\hat{n}\ ds = q_{lib}$$

Campo P di polarizzazione

$$\vec{\mathrm{P}} = \epsilon_0\chi\vec{\mathrm{E}}$$

Densità superficiale di carica di polarizzazione

$$\sigma_{\mathrm{p}} = \vec{\mathrm{P}}\cdot\hat{\mathrm{n}}$$

Densità volumetrica di carica di polarizzazione

$$\rho_{\mathrm{p}} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathrm{P}}$$

Energia elettrostatica in un condensatore

$$\mathrm{U_{el}} = \frac{1}{2}\mathrm{CV}^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Forza a carica costante

$$\vec{\mathrm{F}} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x}\hat{x} = -\frac{\partial U_{el}}{\partial x}\hat{x}$$

Forza a potenziale costante

$$\vec{\mathrm{F}} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x}\hat{x} = +\frac{\partial U_{el}}{\partial x}\hat{x}$$

Costanti universali

$$c = 2.9979\times 10^8\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$g = 9.806\ \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$m_e = 9.109\times 10^{-31}\ [kg]$$

$$m_p = 1.673\times 10^{-27}\ [kg]$$

$$m_n = 1.674\times 10^{-27}\ [kg]$$

$$e = 1.602\times 10^{-19}\ [C]$$

$$\epsilon_0 = 8.854\times 10^{-12}\ \left[\frac{F}{m}\right]$$

$$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \left[\frac{H}{m}\right]$$

Nome: Cognome: Matricola:

università di ferrara

Esame del 24/07/2015

Ingegneria Elettronica e Informatica

Magnetismo

Prima legge di Laplace

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Seconda legge di Laplace

$$d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Legge di Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{circuito} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Flusso del vettore induzione magnetica

$$\Phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, ds$$

Legge di Faraday-Newmann-Lenz

$$V_i = -\frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t}$$

Teorema di Ampere

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum (i_c + i_d)$$

$$\oint_\gamma \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i_c$$

Equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0}$$

Campi ausiliari D e H

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \xrightarrow[campo\ E\ piccolo]{mezzo\ isotropo} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} := \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \xrightarrow[senza\ isteresi]{mezzo\ isotropo} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} := \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Vettore magnetizzazione

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu_i}}{N}$$

Densità volumetrica di corrente di magnetizzazione

$$j_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

Densità superficiale di corrente di magnetizzazione

$$\mathrm{j_{ms}} = \vec{\mathrm{M}} \times \hat{n}$$

Condizioni di continuità dei campi B e H all'interfaccia

$$B_{1\perp} = B_{2\perp}$$

$$H_{1\parallel} = H_{2\parallel}$$

Circuiti magnetici (legge di "rifrazione" del campo B)

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\mu_0 \mu_{r2}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} = cost.$$

Legge di Hopkinson

$$f.m.m. = \Phi(\vec{B}) \cdot \mathfrak{R}$$

Riluttanza magnetica

$$\mathfrak{R} = \oint_\gamma \frac{dl}{\mu_0 \mu_r \cdot S}$$

Riluttanze in serie

$$\mathfrak{R}_{tot} = \sum \mathfrak{R}_i$$

Riluttanze in parallelo

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_3} + \cdots}$$

Densità volumetrica di energia del campo magnetico

$$u = \frac{1}{2} \vec{\mathrm{H}} \cdot \vec{B}$$

Densità volumetrica di energia del campo elettro-magnetico

Nome: Cognome: Matricola:

$$u = \frac{1}{2}(\vec{\mathrm{H}} \cdot \vec{B} + \vec{\mathrm{E}} \cdot \vec{D})$$

Autoflusso in un solenoide

$$\Phi_{\mathrm{A}}(\vec{B}) = N \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, ds$$

Coefficiente di autoinduzione in un solenoide

$$\mathrm{L} = \frac{\Phi_{\mathrm{A}}(\vec{B})}{\mathrm{i}}$$

Energia magnetica in un solenoide

$$U_M = l \cdot S \cdot \frac{1}{2}\vec{\mathrm{H}} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2}Li^2$$

Forza magnetica a corrente costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = \frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Forza magnetica a flusso costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = -\frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Campo B in un solenoide toroidale

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \mu_r N i}{l}$$

Campo H in un solenoide toroidale

$$|\vec{H}| = \frac{Ni}{l}$$

Capacità di un condensatore piano

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma = \frac{q}{S}$$

Pressione di radiazione

Densità volumetrica di quantità di moto

$$p = \frac{u_0}{c}\hat{S} = \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2}\vec{S}$$

Impulso ceduto nel tempo dt

$$dP = pAc\, dt$$

Pressione di radiazione

$$P_{rad} = u_0(1+k) = \frac{\vec{S}}{c}(1+k)$$

Valor medio della pressione di radiazione

$$\langle P_{rad} \rangle = \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c}(1+k) = \frac{I}{c}(1+k)$$

Nome: Cognome: Matricola: