



## Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

**Esercizio 1:** Una cilindro dielettrico di raggio  $R = 10$  cm e lunghezza indefinita ha una delle sue basi che giace sul piano  $xy$ , mentre il suo asse coincide con l'asse  $z$ . Il cilindro possiede una densità volumetrica di carica costante  $\rho = 10^{-9}$  C/cm<sup>3</sup>.

- i. Calcolare le componenti del campo  $\vec{E}$  in un generico punto P dell'asse  $z$ .
- ii. Una particella avente carica  $3.2 \times 10^{-19}$  C giace sull'asse  $z$  a distanza  $z_0 = 2$  mm dal piano  $xy$  in equilibrio sotto l'azione della forza peso e della repulsione coulombiana da parte del cilindro. Calcolare l'espressione della forza elettrostatica  $\vec{F}$  che agisce sulla particella.
- iii. Calcolare la massa  $m$  della particella affinché essa stia in equilibrio sotto l'azione della forza peso e della repulsione coulombiana.
- iv. Nell'ipotesi che la base del cilindro si potesse approssimare ad un piano infinito, calcolare la densità superficiale di carica  $\sigma$  che occorrerebbe fornire al piano per mantenere la particella in equilibrio sotto l'azione della forza peso.

**Esercizio 2:** Un nastro conduttore rettilineo, di spessore 0.2 mm e larghezza  $w = 3$  cm ed è percorso da una corrente  $I = 15$  A uniformemente distribuita sulla sezione del nastro. Considerare un punto P sul piano del nastro distante  $d = 1.5w$  dal centro del nastro, come indicato in figura. La densità volumetrica di portatori di carica è  $n = 5 \times 10^{22}$  cm<sup>-3</sup>.

- i. Calcolare la densità superficiale di corrente che fluisce nella lamina.
- ii. Trascurando lo spessore del nastro, determinare il valore del campo magnetico generato dal nastro stesso nel punto P.
- iii. Calcolare la velocità media dei portatori di carica che fluiscono nella lamina.
- iv. Supponendo che nello spazio in cui è immerso il nastro conduttore esista un campo magnetico perpendicolare al nastro stesso di valore  $B_0 = 1.2$  T, calcolare modulo e verso del campo elettrico trasverso  $\vec{E}$ , diretto secondo l'asse  $y$ , che compare nella lamina.
- v. Determinare inoltre la differenza di potenziale tra le facce della lamina perpendicolari all'asse  $x$ .

**Esercizio 2:** Una sbarretta di materiale con permeabilità magnetica  $\mu_r = 300$  e sezione  $S = 3$  cm<sup>2</sup> è parzialmente inserita per un tratto  $x = 10$  cm all'interno di un solenoide rettilineo lungo  $L = 50$  cm, avente la stessa sezione della sbarretta e formato da 1500 spire. Il solenoide è percorso da una corrente  $i = 500$  mA.

- i. Trascurando gli effetti di bordo, calcolare le componenti dei campi  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{M}$  all'interno del solenoide, nella regione in cui è presente la sbarretta e nella regione in aria. Si suggerisce per la soluzione dell'esercizio di considerare il sistema costituito da due solenoidi distinti di cui uno solo è dotato di nucleo ferromagnetico.
- ii. Calcolare il coefficiente di autoinduzione del solenoide.
- iii. Calcolare l'energia magnetica del sistema.
- iv. Calcolare la forza che agisce sulla sbarretta e specificare se questa tende ad attirarla all'interno del solenoide o a respingerla all'esterno.

**Teoria:** Le correnti di magnetizzazione.

Nome:

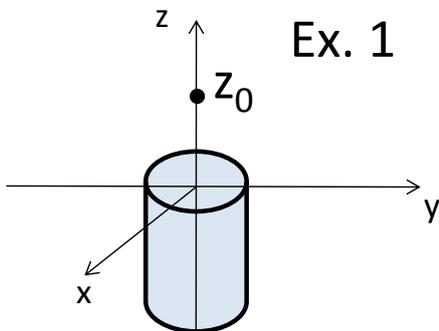
Cognome:

Matricola:

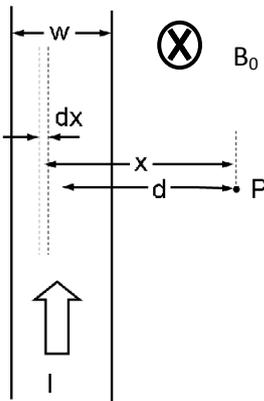


Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

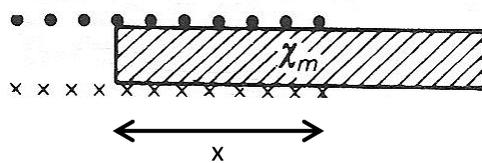
ESERCIZIO 1



ESERCIZIO 2



ESERCIZIO 3



Nome:

Cognome:

Matricola:



### Elettrostatica

#### Legge di Coulomb

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

#### Campo generato da una carica puntiforme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

#### Potenziale generato da una carica puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

#### Teorema di Gauss

$$\iint_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \frac{q_{tot}}{\epsilon_0}$$

#### Campo generato da un piano carico

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

#### Campo generato da un filo carico di lunghezza infinita

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

#### Teorema di Coulomb (campo in prossimità di un conduttore carico)

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

#### Capacità di un condensatore piano

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

#### Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{q}{S \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$$

#### Campo D in un mezzo isotropo e omogeneo

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

#### Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma_{lib} = \frac{q_{lib}}{S}$$

#### Teorema di Gauss applicato al campo D

$$\iint_S \vec{D} \cdot \hat{n} \, ds = q_{lib}$$

#### Campo P di polarizzazione

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

#### Densità superficiale di carica di polarizzazione

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

#### Densità volumetrica di carica di polarizzazione

$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

#### Energia elettrostatica in un condensatore

$$U_{el} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

#### Forza a carica costante

$$\vec{F} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} \hat{x} = -\frac{\partial U_{el}}{\partial x} \hat{x}$$

#### Forza a potenziale costante

$$\vec{F} = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} \hat{x} = +\frac{\partial U_{el}}{\partial x} \hat{x}$$

#### Costanti universali

$$c = 2.9979 \times 10^8 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$g = 9.806 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} [kg]$$

$$m_p = 1.673 \times 10^{-27} [kg]$$

$$m_n = 1.674 \times 10^{-27} [kg]$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} [C]$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

Nome:

Cognome:

Matricola:



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

## Magnetismo

Prima legge di Laplace

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Seconda legge di Laplace

$$d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Legge di Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{circuito}} i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Flusso del vettore induzione magnetica

$$\Phi(\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} ds$$

Legge di Faraday-Newmann-Lenz

$$V_i = - \frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t}$$

Teorema di Ampere

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum (i_c + i_d)$$

$$\oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i_c$$

Equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0}$$

Campi ausiliari D e H

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \xrightarrow{\text{mezzo isotropo campo E piccolo}} \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} := \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

Nome:

Cognome:

Matricola:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \xrightarrow{\text{mezzo isotropo senza isteresi}} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} := \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Vettore magnetizzazione

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_i}{N}$$

Densità volumetrica di corrente di magnetizzazione

$$\vec{j}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

Densità superficiale di corrente di magnetizzazione

$$\vec{j}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n}$$

Condizioni di continuità dei campi B e H all'interfaccia

$$B_{1\perp} = B_{2\perp}$$

$$H_{1\parallel} = H_{2\parallel}$$

Circuiti magnetici (legge di "rifrazione" del campo B)

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\mu_0 \mu_{r2}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} = \text{cost.}$$

Legge di Hopkinson

$$f.m.m. = \Phi(\vec{B}) \cdot \mathfrak{R}$$

Riluttanza magnetica

$$\mathfrak{R} = \oint_{\gamma} \frac{dl}{\mu_0 \mu_r \cdot S}$$

Riluttanze in serie

$$\mathfrak{R}_{tot} = \sum \mathfrak{R}_i$$

Riluttanze in parallelo

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_3} + \dots}$$

Densità volumetrica di energia del campo magnetico

$$u = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$



Corso di Laurea Ingegneria Elettronica e Informatica

Densità volumetrica di energia del campo elettromagnetico

$$u = \frac{1}{2}(\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D})$$

Autoflusso in un solenoide

$$\Phi_A(\vec{B}) = N \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} ds$$

Coefficiente di autoinduzione in un solenoide

$$L = \frac{\Phi_A(\vec{B})}{i}$$

Energia magnetica in un solenoide

$$U_M = l \cdot S \cdot \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} = \frac{1}{2} Li^2$$

Forza magnetica a corrente costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = \frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Forza magnetica a flusso costante

$$|\vec{F}| = -\frac{\partial U_{tot}}{\partial x} = -\frac{\partial U_M}{\partial x}$$

Campo B in un solenoide toroidale

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 \mu_r Ni}{l}$$

Campo H in un solenoide toroidale

$$|\vec{H}| = \frac{Ni}{l}$$

Capacità di un condensatore piano

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

Campo E in un condensatore piano

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{q}{S \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$$

Campo D in un condensatore piano

$$|\vec{D}| = \sigma = \frac{q}{S}$$

Pressione di radiazione

Densità volumetrica di quantità di moto

$$p = \frac{u_0}{c} \hat{S} = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$$

Impulso ceduto nel tempo dt

$$dP = pAc dt$$

Pressione di radiazione

$$P_{rad} = u_0(1+k) = \frac{\vec{S}}{c}(1+k)$$

Valor medio della pressione di radiazione

$$\langle P_{rad} \rangle = \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c}(1+k) = \frac{I}{c}(1+k)$$

Nome:

Cognome:

Matricola: