

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) / “CONTROLLI AUTOMATICI”

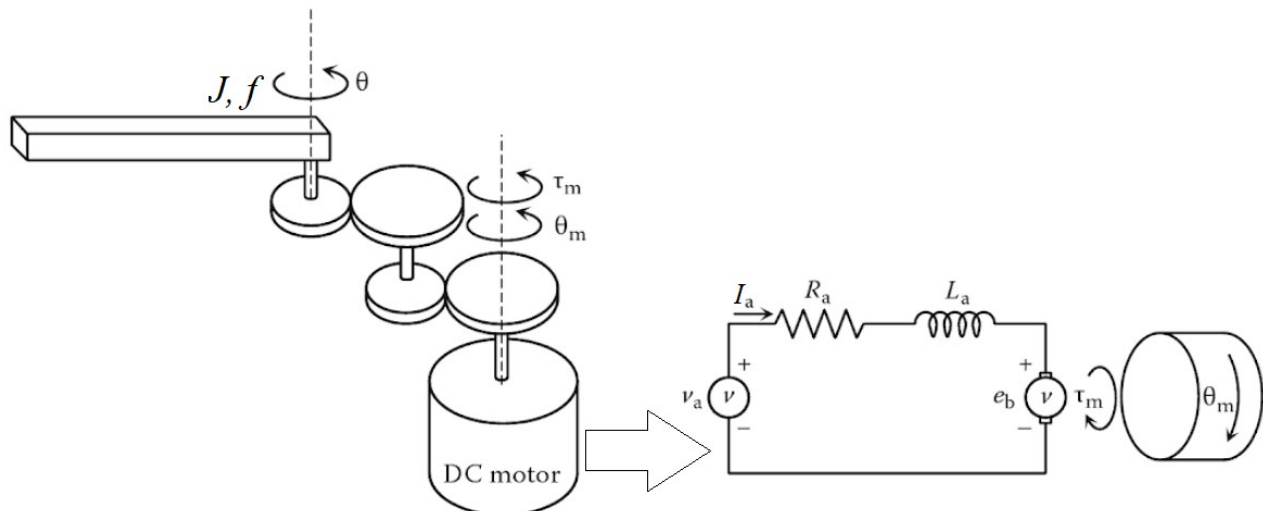
Prova scritta – 21 giugno 2019

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema robotico costituito da un singolo braccio meccanico azionato, tramite un riduttore meccanico ad ingranaggi, da un motore a corrente continua (*DC motor*). Il sistema è quindi schematizzabile come mostrato nella seguente figura:



Il modello matematico del sistema si può esprimere con le seguenti equazioni:

$$v_a = R_a I_a + L_a \dot{I}_a + K_m \dot{\theta}_m$$

$$\frac{K_m I_a}{n} = J \ddot{\theta} + f \dot{\theta}$$

$$\theta = n \theta_m$$

nelle quali R_a e L_a sono rispettivamente la resistenza e l'induttanza del circuito di armatura del motore, K_m è la costante di accoppiamento elettromagnetico, J è il momento di inerzia del braccio, f il coefficiente d'attrito viscoso, ed n è il rapporto di riduzione della serie di ingranaggi. Si noti che la prima equazione fa riferimento alla velocità angolare dell'albero motore, la seconda esprime il bilancio delle coppie all'asse di rotazione del

braccio, mentre la terza è relazione algebrica tra le posizioni (e quindi tra le velocità e le accelerazioni) dei due alberi.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita (si noti il riferimento all'albero del braccio meccanico):

$$x_1 = I_a; x_2 = \theta; x_3 = \dot{\theta}; u = v_a; y = \theta = x_2;$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$L_a = 0,5; R_a = 5; J = 0,25; f = 2,5; K_m = 75; n = 25;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

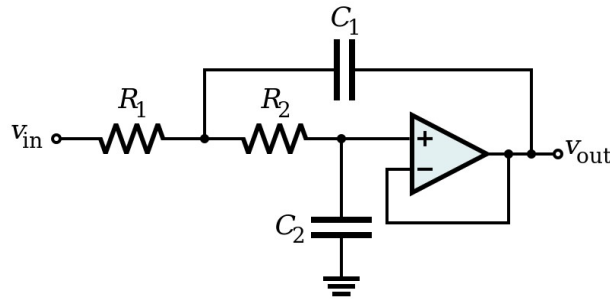
$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile.

ESERCIZIO 3.

Il seguente circuito elettrico attivo, con topologia detta di Sallen-Key:



risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

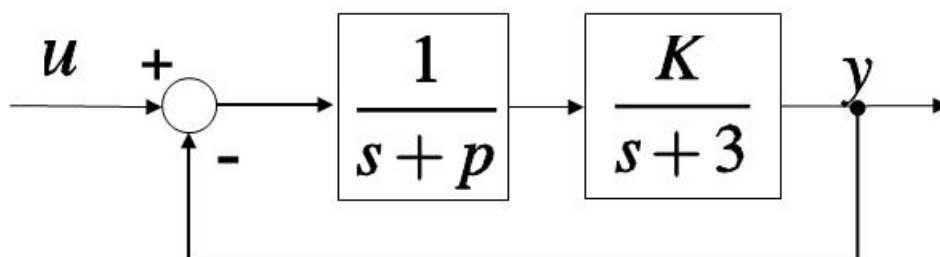
Si determini la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.

RISPOSTA:

$$G(s) =$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di K e p tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere tempo di assestamento $T_a = 1$ secondo e coefficiente di smorzamento $\delta = 0,5 = 1/2$

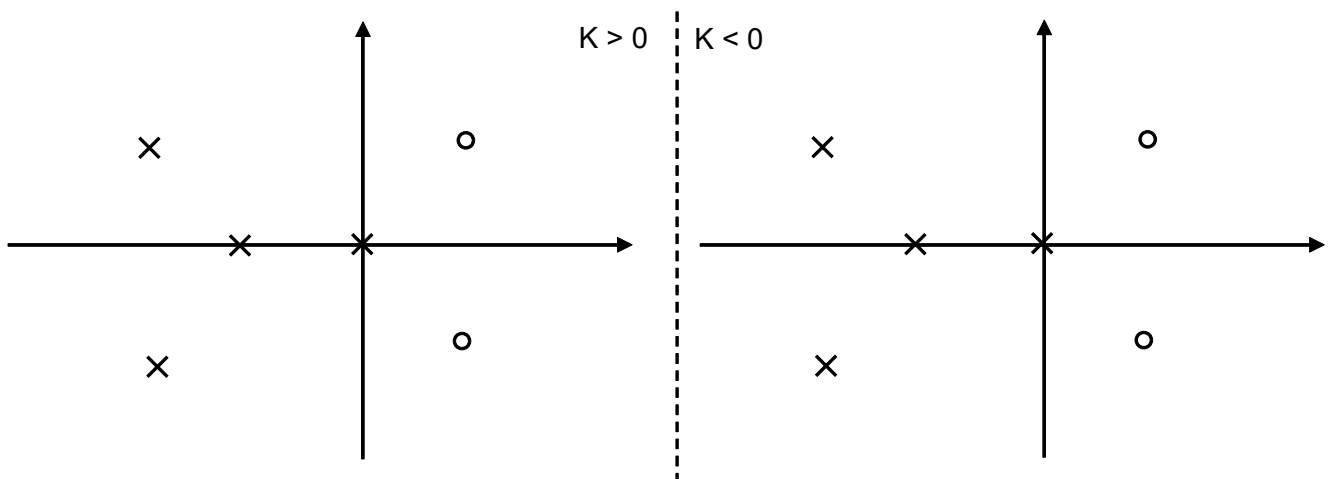
RISPOSTA:

$$K =$$

$$p =$$

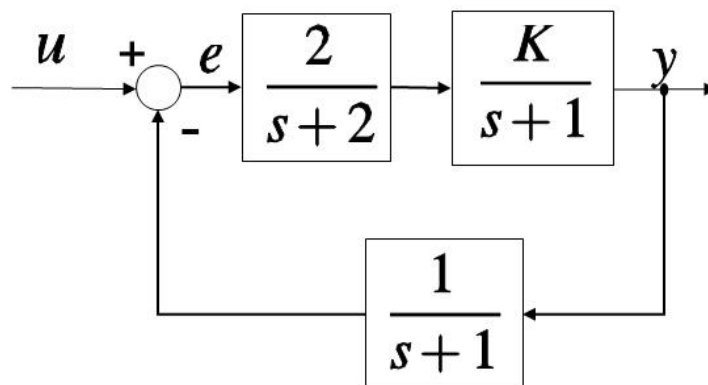
ESERCIZIO 5.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici per un sistema in retroazione la cui funzione di trasferimento d'anello abbia poli (X) e zeri (O) come indicato in figura:



ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dal seguente schema a blocchi:



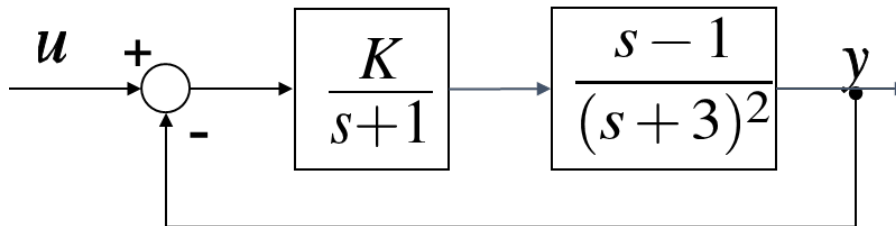
si progetti il valore di K affinché risulti $e(\infty) = 0,2$ con ingresso a gradino unitario (i.e. $u(s) = 1/s$)

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 7.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito:



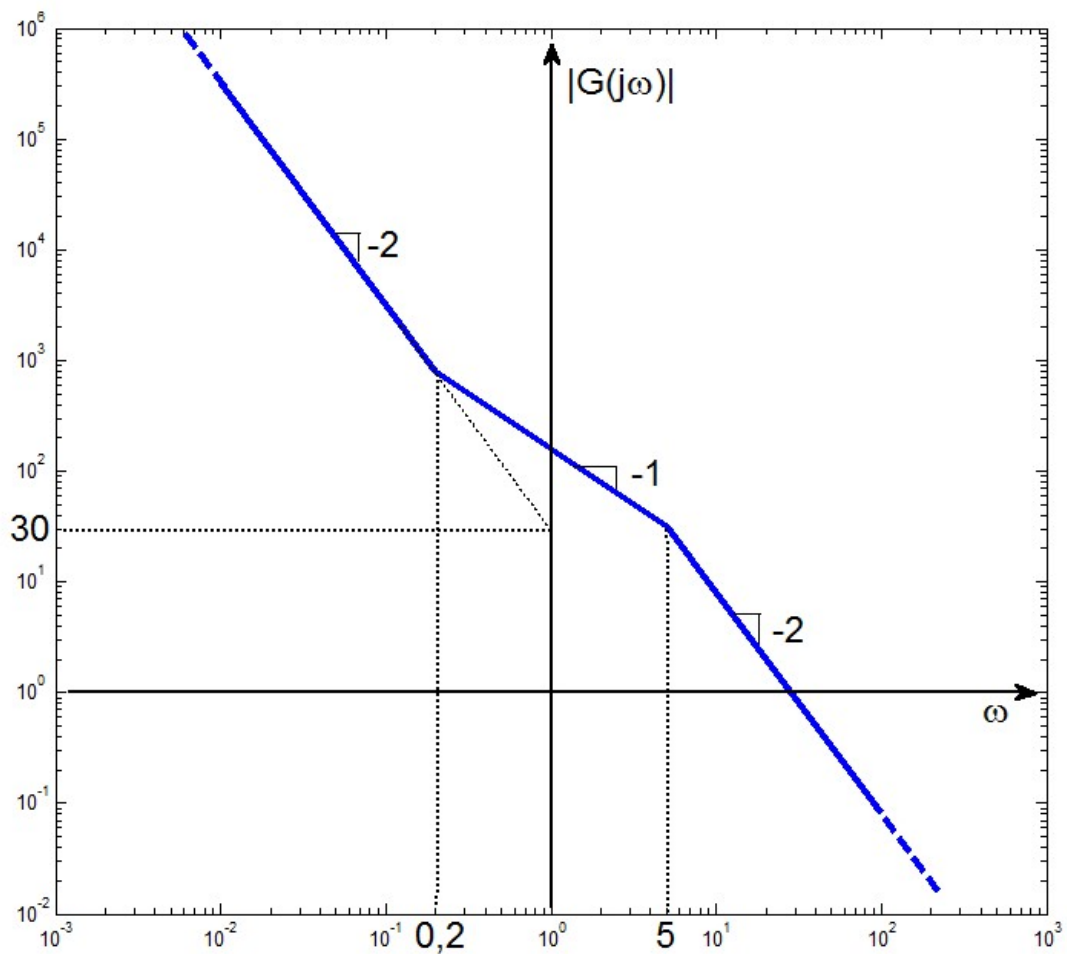
Si determinino i valori di K tali per cui il sistema chiuso in retroazione risulti asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

$$K$$

ESERCIZIO 8.

Dato il seguente diagramma di Bode delle ampiezze:



si determinino i parametri della funzione di trasferimento $G(s)$, supposta a fase minima ed espressa con la seguente fattorizzazione:

$$G(s) = \frac{K(1+\tau s)^z}{s^n(1+\alpha\tau s)^p}$$

RISPOSTA:

$$K = \quad n = \quad z = \quad p =$$

$$\tau = \quad \alpha =$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, tempo-continuo e di ordine n , ha la matrice dinamica A con tutti gli elementi nulli. Tale sistema:

- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile
- è instabile
- può essere completamente osservabile solo se ha n uscite (C di dimensione $n \times n$)

DOMANDA 2.

Si consideri un sistema dinamico, con un solo ingresso e una sola uscita, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t).$$

La sua risposta impulsiva $W(t)$:

- coincide con la risposta forzata, a partire dallo stato nullo, se $u(t) = W(t)$
- coincide con la risposta libera, se lo stato iniziale è $x(0) = B$
- coincide con la risposta libera, se lo stato iniziale è $x(0) = C^T$
- coincide con l'antitrasformata di Laplace della funzione di trasferimento $G(s)$

DOMANDA 3.

Il polinomio caratteristico di un sistema dinamico, lineare e stazionario, tempo-continuo, è:

$$a(\lambda) = \lambda^2(\lambda + 1)^2$$

Il sistema:

- ha almeno un modo instabile
- può avere un modo instabile
- ha almeno un modo semplicemente stabile
- ha almeno un modo asintoticamente stabile

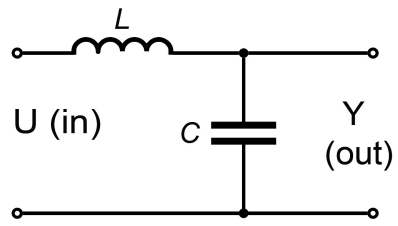
DOMANDA 4.

La funzione di trasferimento di un sistema, con un solo ingresso e una sola uscita, è il rapporto di due polinomi dello stesso ordine. Il sistema:

- è puramente dinamico
- è dinamico, non puramente
- non è fisicamente realizzabile
- è fisicamente realizzabile

DOMANDA 5.

La funzione di trasferimento del seguente circuito elettrico (con $L > 0$ e $C > 0$):



risulta avere poli:

- tutti a parte reale negativa
- che possono essere a parte reale positiva
- tutti a parte reale nulla
- con parte reale che dipende dai valori di L e C